聚知刊出版社
JZK publishing

基于改进 SIR 模型的企业供应链风险传播动力学研究

袁斯浪

辽宁科技大学，辽宁鞍山，114051；

摘要：随着企业间合作的加深，供应链间各节点企业的关联性更加紧密，各节点企业的风险给供应链稳定性带来了一定的影响。本文首先基于改进的 SIR 模型构建企业供应链风险传播微分方程模型，进而通过计算基本再生数给出企业供应链风险传播的阈值，随后分析风险消失与风险存在均衡点的局部渐近稳定性，最后通过数值模拟探究控制企业供应链风险传播的策略。研究发现，供应链间具有较强实力的核心企业对供应链风险传播具有显著的影响。

关键词：改进的 SIR 模型；企业供应链；风险传播

DOI：10.69979/3029-2700.24.5.036

引言

当前，经济发展进入新常态，供应链管理模式也得到了高速的发展。随着近代企业基本规模的扩张，各企业间的业务往来进一步加深，企业供应链各节点的稳定性也受到供应链风险传播而逐渐脆弱。

企业供应链风险的传播与疾病的传播极为相似，因此学者们常用疾病传播模型来研究企业供应链的传播问题[1,2]。王红春等（2024）构建一种基于元胞自动机和 SEIRD 传染病模型的风险传播趋势仿真模型，将供应链网络映射至元胞空间，补充考虑中断风险下节点企业运营能力的状态差异以及邻居间元胞状态的相互影响关系，对中断风险传播规则加以了改进[3]。姜林等（2023）[4]考虑突发事件对供应链的干扰，基于改进的 SEIR 模型构建了政府干预下供应链风险传播模型，研究给出了通过基本再生数控制供应链风险传播的方法。周欢等（2024）考虑到现阶段跨区域、跨行业、跨组织的融合发展模式，从多层网络视角出发构建跨界融合供应链网络风险传播模型[5]。张宏邦等（2020）和常冬雨（2019）[6,7]进一步的给出了食品供应链风险防范的措施。

现有的研究主要从行业的视角分析供应链风险传播的机制和防范的措施，从微观的视角探究具有普适性的企业供应链风险传播机制和控制措施的研究相对较少。本文考虑企业间合作中具有实力的大型企业对供应链的影响，基于改进的 SIR 模型构建了微分方程模型，进而分析了模型的动力学特征和风险防范措施。

1 企业供应链风险传播动力学建模

本文基于经典SIR模型构建企业供应链风险传播动力学模型，假设一个社会系统中的总企业数为 N（t）随时间 t 变化，在这个社会系统中存在三类企业，分别为：无供应链风险的企业，存在供应链风险的企业和摆脱供应链风险的企业，其企业数分别用 S（t）、I（t）和 R（t）表示。

在现实社会系统中，任何群体企业数的数量都会随着时间的改变而发生变化，我们可以把系统中的 S、I、R 三类企业看作三个仓室，在封闭的仓室中，会不断的涌入新的企业个体，这一类个体定义为常数 B，表示受出生或移民影响而加入社会系统中的企业；同时，在社会系统中，由于受到不可抗拒因素的影响，如企业的倒闭破产等原因，会有一定的概率移出社会系统，我们把这一类企业定义为比例常数 u。

在本文的研究中，企业供应链风险传播主要通过两种方式：第一种方式为具有合作关系的企业之间在合作过程中将风险自然的传导给供应链中的其他企业，本文定义这种直接合作关系的自然感染率为 a，且 $a \in (0,1)$。第二种方式为社会系统中具有较强实力的企业，因在合作关系中具备较强的话语权，增加了对其他企业的控制，导致间接的影响了供应链中的风险传播，因此定义 m 为较强实力企业的话语权附加值，m 的数值越大，说明这类企业在供应链中处于较强势的地位，且 $m \in (0,1)$。

此外，企业供应链风险传播也会受到诸多因素的干扰，如企业间停止合作或已经治理了风险等因素的影响，具备供应链风险的企业会转变为摆脱供应链风险的企业，那么这类企业的比例为 b，且 $b \in (0,1)$。

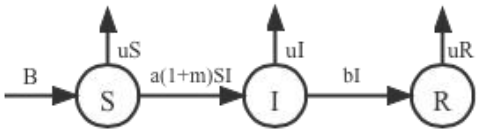

图 1 企业供应链风险传播过程

如图 1 所示，单位时间内，S、I、R 企业群体的状态如下：

（1）单位时间内，有 B 单位个企业移入到社会系统中且处于无供应链风险状态，这类企业有 a 的概率接触到具有供应链风险的企业，且有 m 的概率受到强势企业的影响，同时，因某种原因有 uS 的企业移出系统，因此无供应链风险的企业在单位时间内的变化为：$B-a(1+m)SI-uS$。

（2）单位时间内，具有供应链风险的企业增加量为 $a(1+m)SI$，因某种外部因素的影响，有 bI 和 uI 的概率移出系统，因此具有供应链风险的企业在单位时间内的变化为：$a(1+m)SI-bI-uI$。

（3）单位时间内，摆脱供应链风险的企业会因具有供应链风险的企业的移出而增加 bI，也会受某种外部因素减少 uR，因此摆脱供应链风险的企业在单位时间内的变化为：$bI-uR$。

基于以上分析，本文构建的企业供应链风险传播动力学模型如下

$$\begin{cases}\dfrac{dS}{dt}=B-a(1+m)SI-uS\\ \dfrac{dI}{dt}=a(1+m)SI-bI-uI\\ \dfrac{dR}{dt}=bI-uR\end{cases}\tag{1}$$

因此，$N(t)=S(t)+I(t)+R(t)$，且$\frac{dN(t)}{dt}=B-uN$。

2 企业供应链风险传播动力学模型分析

企业供应链风险传播的过程中，可以根据基本再生数R_0判断供应链风险能否进行有效推广，基本再生数在传播动力学模型中起到了非常重要的作用，在本文表示一个企业能够将供应链风险传播的企业数。$R_0=1$ 可被视为一个临界点，当$R_0<1$ 时，企业供应链风险消失；当$R_0>1$ 时，企业供应链风险能够持续传播，最终企业供应链风险在社会系统中形成地方性社会问题，会持续处于传播状态。

2.1 企业供应链风险传播的基本再生数

本文利用下一代矩阵法（next generation matrix），对系统（1）的基本再生数进行求解。

令 $X=(I,R,S)^T$，因此系统（1）可以被写成$\frac{dX}{dt}=F(X)-V(X)$。

$$F(X)=\begin{pmatrix}a(1+m)SI\\0\\0\end{pmatrix},V(X)=\begin{pmatrix}bI+uI\\-bI+uR\\-B+a(1+m)SI+uS\end{pmatrix}\tag{2}$$

因此，容易得到 F 和 V，基本再生数等于矩阵 FV^{-} 的谱半径，即

$$R_0=\frac{Ba(1+m)}{u(b+u)}\tag{3}$$

2.2 企业供应链风险消失的局部渐近稳定

定理 1 当$R_0<1$ 时，系统（1）企业供应链风险消失平衡点$E^0\left(\frac{B}{\mu},0,0\right)$是局部渐近稳定的。

证明不难发现，系统（1）企业供应链风险消失的平衡点为$E^0\left(\frac{B}{\mu},0,0\right)$，意味着当企业供应链风险传播系统趋于稳定时，整个社会系统不存在企业供应链风险，系统中的所有企业均处于未受供应链风险影响的状态，企业供应链风险将消失。

通过计算可以得到系统（1）在$E^0\left(\frac{B}{\mu},0,0\right)$处的 Jacobi 矩阵为

$$J(E^0)=\begin{bmatrix}-u & -\dfrac{Ba(1+m)}{u} & 0\\ 0 & \dfrac{Ba(1+m)}{u}-b-u & 0\\ 0 & b & -u\end{bmatrix}\tag{4}$$

可以得到$J(E^0)$的特征根$\Lambda_{01}=\Lambda_{02}=-\mu<0$，$\Lambda_{03}=\frac{Ba(1+m)}{u}-b-u$，当$R_0<1$ 时，$\Lambda_{03}=b(R_0-1)-u(R_0+1)<0$，根据 Routh-Hurwitz 稳定性判据可以判定系统（1）在企业供应链风险消失平衡点$E^0\left(\frac{B}{\mu},0,0\right)$是局部渐近稳定的，定理 1 得证。由此可见，当系统中的所有企业的基本再生数$R_0<1$，系统的企业供应链风险将最终趋于 0，系统中的企业供应链风险将消失。

3 数值仿真及结果分析

本文利用 MATLAB 软件对数值进行仿真分析，并采用 Runge-Kutta 法对系统（1）给出的微分方程进行数值仿真，借此验证理论分析和结果，同时将不同的参数赋值给 m，观察具有供应链风险企业 I 的变化。

首先，我们对基本再生数R_0进行分析，当$R_0<1$ 时，需要满足条件 $Ba(1+m)<u(b+u)$，这里令 $B=1,a=0.1,m=0.1,b=0.6,u=0.3$，如图 2 所示；反之当$R_0>1$ 时，需要满足条件 $Ba(1+m)>u(b+u)$，这里令 $B=5,a=0.5,m=0.3,b=0.3,u=0.1$，如图 3 所示。

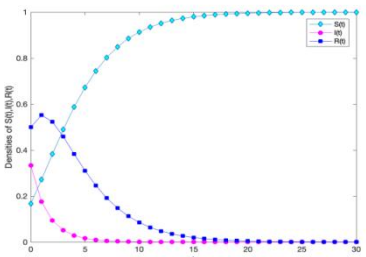

图 2 $R_0<1$ 的稳定性

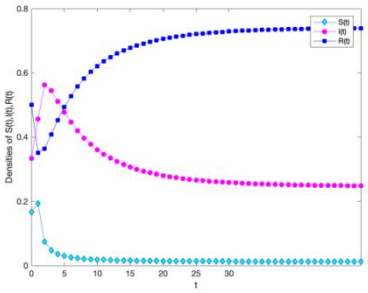

图 3 $R_0 > 1$ 的稳定性

图 2 所示为当$R_0 < 1$ 时，无供应链风险的企业逐渐升高，具有供应链风险的企业逐渐降低直至降为 0，摆脱供应链风险的企业先缓慢升高在逐渐降低直至降为 0，此种情况说明当社会系统中的具有供应链风险的企业较少时，企业能够将供应链风险自我治愈而不影响供应链上下游企业的运转，最终供应链分享消失。

图 3 所示为当$R_0 > 1$ 时，无供应链风险的企业先升高在逐渐降低，具有供应链风险的企业先升高在逐渐降低最终趋于平稳，摆脱供应链风险的企业先降低在逐渐升高最终趋于平稳，此种情况说明社会系统中的企业最终会达到一种平衡状态，即具有供应链风险的企业因初期抗击供应链风险的能力较差，所以先升高后逐渐达到平衡状态，这种情况是由无供应链风险的企业初期缺乏应对供应链风险的能力带来的，最终所有的企业随着时间的推移，会形成平稳可控的供应链风险治愈。

进一步，对参数 m 进行讨论，本文中 m 表示具有较强影响力的企业，这里令$B = 5, a = 0.5, b = 0.3, u = 0.1$，而 m 分别取值为 0.3、0.6 和 0.9。

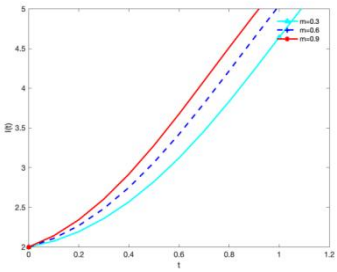

图 4 参数 m 对 I 企业的影响

如图 4 所示，当 m 的数值逐渐升高时，企业 I 的增速个增量也逐步提升，也就是说明数值 m 对企业 I 呈正相关，说明具有较强影响力的企业在供应链中拥有极大的话语权，能够影响上下游企业供应链风险的传播，同时也间接的影响了供应链的稳定性。

4 结论

本文考虑了社会系统中具有影响力的企业对供应链风险传播的影响，构建了企业供应链风险传播动力学模型。并分析了模型的基本再生数、无供应链风险传播均衡点的稳定性、具有供应链风险传播的稳定性。此外，利用 MATLAB 软件进行数值仿真，探究各参数对企业供应链风险传播的影响关系。研究结果显示，具有影响力的企业在供应链中具有主导性的话语权，对供应链中各企业风险的传播具有极强的干扰作用。

参考文献

[1]杨康,张仲义.供应链网络风险传播 SIS-RP 模型及仿真[J].北京交通大学学报,2013,37(03):122-126.

[2]汪金洲,陈洪转.基于复杂网络的复杂产品供应链风险传播模型[J].统计与决策,2021,37(04):176-180.DOI:10.13546/j.cnki.tjyjc.2021.04.038.

[3]王红春,周子祥.复杂供应链网络中断风险传播趋势建模与仿真[J/OL].复杂系统与复杂性科学,1-9[2024-11-05].

[4]姜林,梁竞心.突发公共事件下复杂供应链网络风险传播与干预[J].计算机工程与应用,2024,60(08):296-308.

[5]周欢,郭红洁,王坚强,等.跨界融合供应链网络风险传播建模及抗毁性研究[J].控制与决策,2024,39(09):3126-3134.

[6]张宏邦,武道源,马欣然.基于食品供应链的媒介呈现风险与防范[J].情报杂志,2020,39(10):115-120+12.

[7]常冬雨.农产品流通供应链风险网络形成与防范控制策略[J].商业经济研究,2019,(17):127-130.

作者简介：袁斯浪，（1977 年 10 月-），男，汉族，硕士研究生，辽宁科技大学，供应链风险管理。