

神奇的克拉尼图形

李云鹏¹ 丰弘灏²

1. 中国科学院大学, 北京 100049

2. 中关村第四小学, 北京 100081

摘要: 本文以一名小學生的视角参与了一项在中学/大学开设的实验课程——克拉尼图形实验。通过学习该实验流程并亲自操作, 我获得了详实的实验结果和深刻的内心感受。对我而言, 克拉尼图形既简单又神奇, 整个实验过程看似并不复杂, 但唯一的问题是对其背后原理的理解尚未深入。在朋友的帮助下, 我成功连接了实验设备, 并按照步骤进行操作, 接下来便是全身心地融入到实验之中, 从而形成对克拉尼图形实验的新颖认识。

关键词: 克拉尼图形; 驻波; 小学生

DOI:10. 69979/3041-0673. 24. 3. 012

缘起

自从在一位朋友的实验室看到一种非常精美的图形后, 我(第二作者)便对其产生了浓厚的兴趣。经过上网查询和学习, 我了解到这是一种被称为克拉尼图形的图案。于是, 我向这位朋友请教了一些关于克拉尼图形的问题, 并在他的鼓励下, 亲自进行了克拉尼图形实验。在完成实验后, 我对克拉尼图形的神奇之处有了更深刻的体会。接下来, 我与大家分享一下此次实验所做的内容。

据悉, 克拉尼图形是由十八世纪德国物理学家恩斯特·克拉德尼^[1]利用小提琴琴弓摩擦平整金属薄片(如钢板、铝板等, 统称为“克拉尼板”)上的沙子而获得的实验结果。克拉德尼发现, 当他拉动小提琴时, 克拉尼板上的沙子以复杂方式振动, 但很快在某些区域聚集, 这些区域因薄板振动而抖起来的沙子最终排列成不同形状的规则图案。为了纪念这一伟大发现, 由此类实验所形成的规则图案被称为“克拉尼图形”。进一步的研究表明, 克拉尼图形的原理来自于驻波^[2]。沙子之所以只在特定区域聚集, 是因为这些位置正好是驻波节点。当一个人持续拉动小提琴时, 沙子因此不断积聚于波节处, 从而最终形成沿着驻波节点分布的复杂模式。这一过程可以用位置函数 $\psi(x, y)$ 与时间函数 $f(t)$ 两部分相乘来表示。截至目前, 人们已经观察到形式各异且极具美感的克拉尼图形(见图1)。

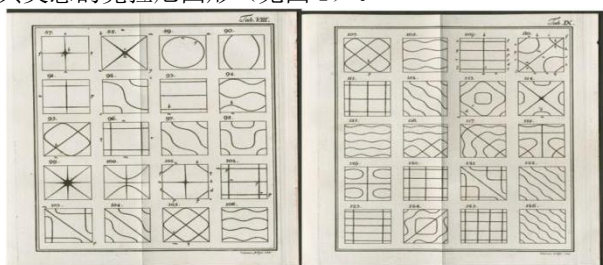


图1 方形薄板振动产生的部分克拉尼图形(摘自克拉德尼所著《声音理论的发现》, 1787 年)。

下面我怀着万分激动的心情, 开始了我的第一次实验。

实验介绍

克拉尼图形实验在一些中学和大学的物理实验课程中常见。本实验选用大型钢板(600mm*600mm*3mm)作为克拉尼板, 并利用大功率喇叭(型号: YD166-24 型, 8 寸宽边, 功率 80W、阻抗 8 欧姆)作为振动声源, 同时采用细沙作为振动媒介, 从而成功观察到了多个克拉尼图形。在实验操作过程中, 将喇叭与钢板平整放置, 并将函数任意波形发生器(普源 RIGOL, DG1022Z 型)与喇叭之间的线路连接好, 然后在钢板上均匀撒上沙子。接着通电, 通过函数任意波形发生器输出一定幅度大小的正弦波以驱动喇叭, 使得钢板上的沙子产生振动。实验发现, 仅在特定频率下, 才能观察到均匀撒布于钢板上的沙子经过共振后形成清晰的克拉尼图形。

在整个实验过程中, 需要注意一些注意事项。比如, 需要确保喇叭位于钢板正下方, 不可偏移, 否则会导致振动图案不对称。不对称现象表现为某些应有沙子的地方缺失, 从而造成克拉尼图形的部分区域出现空白。此外, 细沙需均匀地撒在钢板上面, 过多或过少都会影响结果; 若细沙过多可能导致无法有效震荡, 而过少则可能使得生成的振动图案不够清晰。针对本次实验所使用的函数任意波形发生器, 其最大幅度为 20V, 但仍显不足。因此, 为了获取更多频率下的克拉尼图形, 建议选择更高幅度的信号发生器作为电源。

在朋友手把手的指导和帮助下, 我经过几次学习才掌握了如何进行克拉尼图形实验。在此过程中, 我曾数

次想要放弃，因为总是存在一些环节未能做到尽善尽美。例如，在将沙子均匀地撒布于钢板时屡屡失败，以及形成规则清晰的克拉尼图形后忘记及时关闭电源等问题。这让我深刻体会到，做实验原来也是一项技术活，需要经过反复练习才能掌握其中要领。因此，不禁想到，那些日夜忙碌于实验室中的科学家们真是辛苦啊。

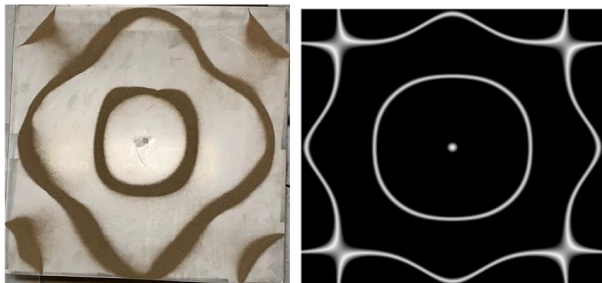


图 2 左图在频率为 345Hz、波幅为 20V 的喇叭信号条件下形成的克拉尼图形；右图 COMSOL 模拟软件获得的仿真结果。

实验内容

本次实验中，信号发生器保持在 20V 的电压下，同时频率变化范围设定为 100Hz 至 1000Hz。观察到，仅在 245Hz、345Hz、584Hz、596Hz、603Hz 和 701Hz 附近的频率上出现了规则且清晰的共振图案，即克拉尼图形。图 2 左图展示了在 345Hz 频率下形成的克拉尼图形，其外观如同一个大圆圈内套着一个小圆圈，周围延伸出四只小耳朵。本文第一作者利用 COMSOL Multiphysics 软件对图 2 左图所示的克拉尼图形进行了仿真模拟，结果表明可以有效还原实验获得的克拉尼图形。据了解，COMSOL Multiphysics 是基于有限元法，通过求解偏微分方程组来模拟科学与工程领域中的各种物理过程。尽管我目前仅掌握点数方程，对偏微分方程未深入理解，但对于将实验结果进行仿真模拟充满好奇。

本实验中其他两个频率（584Hz 和 601Hz）的克拉尼图形见图 3，每个图形都呈现出规律性并且很美观。需要指出的是，图 3 与图 2 左图所示的克拉尼图形之间存在差异，这主要体现在细沙颗粒大小不同：前者使用直径为 (0.3 ± 0.1) mm 大小的细沙，而后者则使用直径约 1mm 大小的细沙。在实验过程中发现，大颗粒细沙的振动幅度较大，但其形成清晰规则图案的时间相对较短；而小颗粒沙子则能更好地展现共振图案的视角效果。



图 3 左图和右图分别是在频率为 584Hz 和 601Hz、波幅为 20V 的喇叭信号条件下形成的克拉尼图形。

结束语

这是一项短暂却极具趣味性的实验。虽然内容看似简单，但对于我这个年龄段的学生而言依然充满挑战。然而，我幸运地接受了这一挑战并成功完成了它。本次实验不仅培养了我对科学研究的兴趣，也让我体验到了探索科学之路带来的独特感受。

尽管本文仅展示了有限频率下生成的一些克拉尼图形，但值得强调的是，每个成功实验背后都蕴含着长期摸索与优化条件的重要过程，本实验亦不例外。此外，虽然本次实验结果及网络上多数关于克拉尼图形的实验均集中于单一共振源，但所得出的多样化克拉尼图案非常丰富。此外，克拉尼实验还可探讨更多内容，例如多共振源条件下产生的新型克拉尼图形共振模式，鱼洗中多水波振动就是非常典型的例子。因此，可进一步挖掘和理解克拉尼图形实验及其背后的相关原理。

在朋友的帮助下，我了解到随着人们对克拉尼现象的认识不断加深，现如今克拉尼图形及其背后的原理已被应用于多个领域，包括但不限于操控微小颗粒运动与形状、提高工业零件分拣效率以及类比引力波以助力科研人员理解其性质等方面。

致谢：本文特别感谢《地球磁场起源猜想》一书对本实验在设计原理和方法上的指导。

参考文献

- [1] 恩斯特·克拉德尼(1756-1827)，德国物理学家、音乐家。
 - [2] 驻波 [百度百科，百度文库]。
- 作者简介：李云鹏(2001-11) 男，汉，河南省，学士，研究方向：克拉尼图形，中国科学院大学
丰弘灏(2014-06，男，汉，安徽省，中关村第四小学)；