聚知刊出版社
JZK publishing

# 动态规划算法在建设项目装载问题中的应用

张鸽

西安翻译学院，陕西西安，710000

**摘要：** 在建筑领域，建筑项目的装载问题是影响项目进度的因素之一。建筑材料的不合理分配，导致项目进度滞后，工期拖延。为了制定科学的施工项目资源使用计划，实现资源的合理使用和组织，进而提高项目的经济效益，提出了塔吊资源分配问题的动态规划算法。该方法针对建设项目装载问题中的一个子类问题，采取 0-1 背包问题作为数学模型，以某建筑项目的施工为例，最终得到可实行的分配材料计划，并通过对该算法的改进，降低该算法的时间复杂度，从而提高该算法的效率。实验证明，改进后的算法工作效率更高。

**关键词：** 建筑项目；装载；动态规划；背包问题

Application of Dynamic Programming Algorithm in Construction Project Loading Problem

ZHANG Ge

Xi'an FanYi University，Xi'an 710000，China

**Abstract:** In the construction sector, the loading of construction projects is one of the factors that affect the progress of the project. Unreasonable distribution of building materials, resulting in delayed project schedule, schedule delays. In order to develop scientific construction project resource utilization plan, realize the reasonable use and organization of resources, and then improve the economic efficiency of the project, the dynamic planning algorithm of tower crane resource allocation problem is put forward. In this paper, a 0-1 knapsack problem is taken as a mathematical model for the construction of project loading problem. Taking the construction of a construction project as an example, the method of allocating material can be obtained. Through the improvement of the algorithm, Reduce the time complexity of the algorithm, and improve the efficiency of the algorithm.Experiments show that the improved algorithm is more efficient.

**Key words:** Construction project; loading; dynamic planning; knapsack problem

**DOI:** 10.69979/3041-0673.24.3.035

## 引言

目前在建筑市场上由于种种原因，建设项目进度滞后，工期拖延是普遍存在的现象。建筑材料的装载问题属于资源均衡问题，资源均衡问题是施工项目制定资源使用计划时需要考虑的一个重要问题。资源的费用占工程总费用的 80%以上，所以资源的组织和使用，对工程项目的经济效益有很大的影响。承包商在制定资源计划时，总期望资源的利用能够尽量保持均衡，避免出现高峰或波谷。

建筑业整体表现是效率低、从业人员的整体素质不高、管理手段落后，主要靠廉价的劳动力支撑行业的发展。塔吊资源的调度与运输是建筑项目不可缺少的环节，如何合理的运输建筑材料是我们关注的热点问题。一个合理的装载方案不仅仅可以降低运输成本，而且能够大大提高运输效率。可以有效地提高企业的经济效益和企业竞争力。

在建筑市场中，建设项目装载问题是一个非常复杂的问题，存在很多情况，比如建筑材料的大小、形状、建筑材料是否可以同时装载等都决定了在装载时可以采取的不同策略，也就形成了不同子类别的装载问题。针对不同类别的装载问题有不同的解决方案，本文主要介绍建设项目装载问题的一类子问题，在装载过程中塔吊的承载容量不发生变化，并且装载的材料要么全部装载，要么就不装载。所装载的每种材料的重量和价值不同，在上述前提下，寻求一种装载总价值最大的解决方法。

## 1. 动态规划算法的简介

动态规划是运筹学的一个分支，是求解决策过程最优化的数学方法。动态规划广泛应用于生产调度、工程技术和最优控制等方面，例如资源分配、排序、装载等

问题。

动态规划算法[1-2]通常用于求解具有某种最优性质的问题。在这类问题中，可能会有许多可行解。每一个解都对应于一个值，我们希望找到具有最优值的解。动态规划算法与分治法类似，其基本思想也是将待求解问题分解成若干个子问题，先求解子问题，然后从这些子问题的解得到原问题的解[3]。与分治法不同的是，适合于用动态规划求解的问题，经分解得到子问题往往不是互相独立的。若用分治法来解这类问题，则分解得到的子问题数目太多，有些子问题被重复计算了很多次。如果我们能够保存已解决的子问题的答案，而在需要时再找出已求得的答案，这样就可以避免大量的重复计算，节省时间。我们可以用一个表来记录所有已解的子问题的答案。不管该子问题以后是否被用到，只要它被计算过，就将其结果填入表中。这就是动态规划法的基本思路。具体的动态规划算法多种多样，但它们具有相同的填表格式。

一个复杂的问题如果能够采用动态规划方法进行相应的求解，则该问题需要满足以下条件：

（1）具有最优子结构：如果问题的最优解所包含的子问题的解也是最优的，就称该问题具有最优子结构，即满足最优化原理[4]。

（2）无后效性：即某阶段状态一旦确定，就不受这个状态以后决策的影响。也就是说，某状态以后的过程不会影响以前的状态，只与当前状态有关。

## 2. 基于动态规划算法的装载问题解决方案

### 2.1 装载问题的形式化描述

本文介绍的一类装载问题的子问题如下：假设有 n 种建筑材料需要用同一塔吊进行装载起吊，其中材料 i 的重量为 $w_i$，该类材料的价值为 $v_i$。现在需要求解一种装载方案，寻求对承载总量为 W 的塔吊，如何运载材料才能使装载的材料总价值最大，此处在起吊时要求材料的完整性。

此类装载问题类似于 0-1 背包问题，即向一个背包中装入该类物品，求解能装入最大价值物品的解决方案。此类问题的求解过程可以看作一系列决策的过程，即决策所给定的物品中哪些应放入背包，哪些不能放入背包。借助背包问题的基本思想，将本文涉及的问题抽象化，并形式化描述为如下问题：

$W>0, w_i>0, v_i>0(1\le i\le n)$，要找出另一 n 元向量 $(x_1,x_2,\dots,x_n)$，$x_i\in\{0,1\}, 1\le i\le n$，1 表示选，0 表示不选该材料。由此，0-1 背包问题要求：

$Max\sum_{i=1}^{n}v_i x_i$，且满足以下两个约束条件：

（1）$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i\le W$

（2）$x_i\in\{0,1\}\qquad 1\le i\le n$

### 2.2 装载问题的动态规划求解

0-1 背包问题[5]可以看作是决策一个序列 $(x_1,x_2,\dots,x_n)$，对任一变量 $x_i$ 的决策是决定 $x_i=1$ 还是 $x_i=0$。在对 $x_i-1$ 决策后，已确定了 $(x_1,\dots,x_i-1)$，在决策 $x_i$ 时，问题处于下面两种状态之一：

（1）塔吊容量不足以装载材料 i，则 $x_i=0$，塔吊不增加价值；

（2）塔吊容量可以承载材料 i，则 $x_i=1$，塔吊的价值增加了 $v_i$。

这两种情况下的价值的最大者应该是对 $x_i$ 决策后的塔吊价值。令 V（i，j）表示在前 i（1≤i≤n）个材料中能够装载容量为 j（1≤j≤C）的塔吊中的材料的最大值，则可以得到如下动态规划函数：

$$V(i,0)=V(0,j)=0$$ （公式 1）

$$V(i,j)=\begin{cases} V(i-1,j), j<w_i \\ \max\{V(i-1,j),V(i-1,j-w_i)+v_i\}, j>w_i \end{cases}$$

（公式 2）

公式 1 表明：把前面的 i 个材料装载容量为 0 的塔吊和把 0 个材料装载容量为 j 的塔吊，得到的价值均为 0。

公式 2 表明：若第 i 个材料的重量大于塔吊的承载量，则装入前 i 个材料得到的最大价值和装入前 i-1 个物品得到的最大价值是相同的，即材料 i 不能装入塔吊；若第 i 个材料的重量小于塔吊的承载量，则会有以下两种情况：（1）若把第 i 个材料装载到塔吊，则塔吊中材料的价值等于把前 i-1 个材料装载容量为 $j-w_i$ 的塔吊中的价值加上第 i 个材料的价值 $v_i$；（2）

若第 i 个材料没有装载到塔吊，则塔吊中材料的价值等于把前 i-1 个材料装载容量为 j 的塔吊中所取得的价值。显然，去二者中价值较大者作为把前 i 个材料装载容量为 j 的塔吊中的最优解。

按下述方法来划分阶段：第一阶段，只装入前 1 个材料，确定在各种情况下的塔吊能够得到的最大值；第二阶段，只装入前 2 个材料，确定在各种情况下的背塔吊能够得到的最大值，以此类推，直到第 n 个阶段。最后，V（n，W）便是在承载量为 W 的塔吊中装载 n 个材料时取得的最大价值。为了确定载入塔吊的具体材料，从 V（n，W）的值向前推，若 V（n，W）>V（n-1，W）表明第 n 个材料载入塔吊，前 n-1 个材料载入承载量为 $W-w_n$ 的塔吊中；否则，第 n 个材料没有载入塔吊，前 n-1 个材料被载入承载量为 W 的塔吊中。以此类推，直到确定第 1 个材料是否被载入塔吊中为止。由此，得到如下函数：

$$x_i=\begin{cases}0, V(i,j)=V(i-1,j)\\1, j=j-w_i, V(i,j)>V(i-1,j)\end{cases}$$（公式 3）

公式 3 第一个式子表明物体 i 未被载入塔吊；第二个式子表明若 V（i，j）>V（i-1，j），则材料 i 被载入塔吊，若等于，表明 i 材料未被载入塔吊。

按照该关系式，i 从 n 到 1 依次类推，直到确定第一个物体是否被载入塔吊为止，就能确定载入塔吊的具体材料。

## 3. 实例分析

现以某建筑项目的的施工为例，假设现存在如下重量的建筑材料{2，2，5，3，6，4，3}，其对应的价值分别为{3，4，6，2，3，5，2}，施工单位的塔吊的承载容量为 12。现利用上面给定的基于动态规划方法的装载问题的算法求解载入材料价值最大的装载方案。

基于动态规划的装载问题求解过程中需要分别构建四个数组，即 w[7]={5，2，2，3，6，4，3}，v[7]={6，3，4，2，3，5，2}以及数组 V[8][13]。数组 V[8][13]的构建过程即最佳装载方案的求解过程，数组 X[7]中的数据即为求解结果。

按照上述算法需要经过 7 轮次的求解，可以得到数组 V[8][13]的最终值，见表 1。

表 1 数组 V[8][13]的求解结果

| V[i][j] | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 2 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 6 | 6 | 6 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| 3 | 0 | 0 | 4 | 4 | 7 | 7 | 7 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 4 | 0 | 0 | 4 | 4 | 7 | 7 | 7 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 5 | 0 | 0 | 4 | 4 | 7 | 7 | 7 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 6 | 0 | 0 | 4 | 4 | 5 | 7 | 7 | 10 | 10 | 11 | 11 | 12 | 12 |
| 7 | 0 | 0 | 4 | 4 | 7 | 7 | 7 | 10 | 10 | 11 | 11 | 13 | 14 |

同时求得解向量 X[7]={0 1 1 0 0 1 1}，因此装载的建筑材料应该为第 2,3,6,7 种。装载的总价值为 14。

## 4. 一种动态规划法的改进算法分析

### 4.1 规划数学模型

设 $V(i,j)$ 是塔吊承载量为 $j$ 时，可选材料是 $i,i+1,\cdots,n$ 时 0-1 背包问题的最优值。则可以建立递归关系式

$$V(i,j)=\begin{cases}\max\{V(i+1,j),V(i+1,j-w_i)+v_i\},\ j\ge w_i\\V(i+1,j), 0\le j<w_i\end{cases}$$

（1）

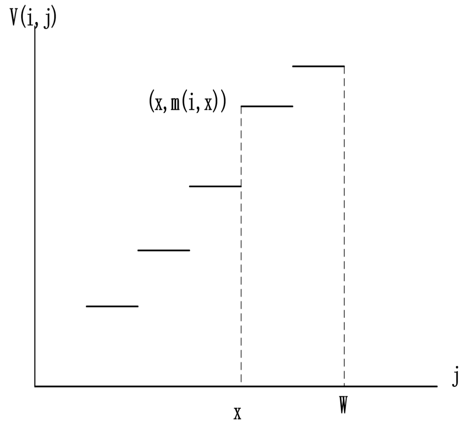
$$V(n,j)=\begin{cases}v_n, j\ge w_n\\0, j<w_n\end{cases}$$

（2）

### 4.2 改进算法的思路

由 $V(i,j)$ 的递归式可知，对每一个确定的

$i(1 \le i \le n)$，函数 $V(i,j)$ 是关于变量 $j$ 的阶梯状单调不减函数。跳跃点是这一类函数的描述特征。在一般情况下，函数 $V(i,j)$ 由其全部跳跃点唯一确定。如下图所示。




在变量 $j$ 是连续变量的情况下，可以对每一个确定的 $i(1 \le i \le n)$，用一个表 $p[i]$ 来存储函数 $V(i,j)$ 的全部跳跃点。对每一个确定的实数 $j$，可以通过查找表 $p[i]$ 来确定函数 $V(i,j)$ 的值。$p[i]$ 中全部跳跃点 $(j,V(i,j))$ 依 $j$ 的升序排列。由于函数 $V(i,j)$ 是关于变量 $j$ 的阶梯状单调不减函数，故 $p[i]$ 中全部跳跃点的 $V(i,j)$ 值也是递增排列的。

表 $p[i]$ 可依计算 $V(i,j)$ 的递归式递归地由表 $p[i+1]$ 来计算。初始时 $p[n+1]=\{(0,0)\}$。事实上，函数 $V(i,j)$ 是由函数 $V(i+1,j)$ 与函数 $V(i+1,j-w_i)+v_i$ 作 max 运算得到的。因此，函数 $V(i,j)$ 的全部跳跃点包含于函数 $V(i+1,j)$ 的跳跃点集 $p[i+1]$ 与函数 $V(i+1,j-w_i)+v_i$ 的跳跃点集 $p[i+1]$ 的并集中，易知，$(s,t)\in q[i+1]$ 当且仅当 $w_i \le s \le W$ 且 $(s-w_i,t-v_i)\in p[i+1]$。因此，容易由 $p[i+1]$ 确定跳跃点集 $q[i+1]$ 如下：

$$q[i+1]=p[i+1]\oplus(w_i,v_i)=\{(j+w_i,V(i,j)+v_i)|(j,V(i,j))\in p[i$$

另一方面，设 $(a,b)$ 和 $(c,d)$ 是 $p[i+1]\cup q[i+1]$ 中的两个跳跃点，则当 $c \ge a$ 且 $d < b$ 时，$(c,d)$ 受控于 $(a,b)$，从而 $(c,d)$ 不是 $p[i]$ 中的跳跃点。除受控跳跃点外，$p[i+1]\cup q[i+1]$ 中的其他跳跃点均为 $p[i]$ 中的跳跃点。由此可见，在递归地由表 $p[i+1]$ 计算表 $p[i]$ 时，可先由 $p[i+1]$ 计算出 $q[i+1]$，然后合并表 $p[i+1]$ 和表 $q[i+1]$，并清除其中的受控跳跃点得到表 $p[i]$。

### 4.3 改进算法的分析

采用 MATLAB 对上述实例进行使用改进的算法进行求解，求得解向量 X[7]={0 1 1 0 0 1 1}，因此装载的建筑材料应该为第 2,3,6,7 种。装载的总价值为 14。改进算法采用二维数组记录跳跃点的坐标值 $(j,V(i,j))$，从而实现表 $p[i]$ 对跳跃点的记录。此算法只需要存储跳跃点，其空间复杂度为 O(n)、时间复杂度为 O(n2)，而一般情况下，动态规划法的空间、时间复杂度为 O(nC)，其中 n 为物品数量，C 为背包容量。由此可见改进后的算法空间、时间复杂度小于动态规划法。

## 5. 结论

建设项目的装载问题一直是施工现场的一大难题，也是关系企业经济效益的一个重要因素。如今建设项目进度滞后，工期拖延是普遍存在的现象，合理的安排材料的装载尤为关键。本文采用动态规划算法对建设项目装载问题中的一个子类问题进行研究，给出了相应的最优装载算法，并对该算法进行分析，进而提出其改进算法，改善了原算法的时间复杂度。通过对一个实例进行求解与分析，最终表明该改进算法的有效性，且证实了其时间、空间复杂度的优越性，使得求解效率更高。

## 参考文献

[1]方有亮，武铮，张颖. 动态规划方法在斜拉桥模型索力优化中的应用[J]. 科学技术与工程. 2020,(29).
[2]王秋芬. 算法设计与分析（python版）[M]. 北京:清华大学出版社，2021.
[3]王茂萍，潘大志. 求解集值折扣{0-1}背包问题的改进动态规划算法[J]. 计算机应用与软件，2022,39(9):274-277.
[4]张小萍，谭欢. 改进教与学优化算法求解 0-1 背包问题[J]. 河南科技学院学报(自然科学版). 2022,50(2). 58-63.
[5]陈艳，文晓棠，钟广玲. 求解 0-1 背包问题的多种算法策略的分析[J]. 现代计算机. 2023,(15).