

# 在概率论与数理统计课程教学中应用案例教学法

范莉

西南石油大学理学院, 637001

**摘要:** 概率统计课程是理工类和管理类专业本科生的一门重要的基础数学课程, 其理论性强、应用广泛。目前, 在教学过程中还存在一些问题。本文结合教学案例法, 分类介绍了部分知识点的教学实践案例, 旨在增加学生对课程学习的兴趣, 培养学生运用概率统计分析和解决实际问题的能力。

**关键词:** 概率统计; 案例教学法; 趣味性; 专业性; 实用性

DOI:10.69979/3041-0673.24.2.010

## 1. 引言

概率论与数理统计(简称概率统计)是研究随机现象统计规律的一门数学分支, 是近代数学的重要组成部分。它是理工类和管理类专业本科生的一门基础数学课程, 主要介绍随机数学的基本思想和方法, 及如何应用相关理论分析和实际问题。概率统计的理论与思想方法几乎遍及所有的科学领域, 在通信工程中可用以提高信号的抗干扰性、分辨率, 在企业生产经营管理中可以用于优化企业决策方案、提高企业利润, 在信息论、电子系统可靠性、地震预报、产品的抽样调查等领域也有广泛的应用。因此, 法国数学家拉普拉斯曾指出: “生活中最重要的问题, 其中绝大多数在实质上只是概率的问题”<sup>[1]</sup>。

在我国的高等学校非数学专业的教学课程中, 概率统计所提供的基础知识与方法是学生学习各专业课程的重要工具, 同时也培养学生的综合素质能力, 观察客观世界的随机性思维方式, 处理随机现象及随机数据的分析能力, 解决实际问题的创新实践能力。目前, 在该课程教学实践中仍存在问题。教师课堂教学仍采用传统讲授教学模式, 以讲授理论为主, 教师直接给出公式, 然后套用公式进行应用。但概率统计理论性强、公式多, “公式——套用”模式导致学生认为课程单调、枯燥乏味及学习困难, 从而失去学习兴趣, 不主动参与学习; 概率统计的教学内容多、针对范围广泛, 教师课堂只讲解相应教材上的定义、定理、性质和例题, 很少能和学生的专业课程相结合, 导致学生学了以后不会应用做题, 更别提和专业知识融合去解决专业问题; 概率统计在生活和生产中应用丰富, 而传统的教学方法与实际生活有些脱节, 学生学习了理论知识后仅记住了公式, 却不知道如何将所学知识用于解决实际问题, 导致学生看不到学习概率统计的应用价值和重要性。因此, 如何激发学生学习的兴趣, 培养能把理论与专业相结合, 具有创新和实践能力的人才, 是我们必须面对的一大课题。

## 2. 案例教学法

针对教学实践过程中的这些问题, 教师应改革传统教学方法, 在教学过程中不能只注重定理、公式的讲解传授, 应根据概率统计应用性强的特点, 创新教学内容。引入一些有趣的、具有探究性的案例激发学生学习课程的积极性与主动性, 选择学科与生活相贴近、学科与专业相结合的案例培养学生的创新性思维, 提升学生分析和解决实际问题的能力。实践证明, 案例教学法是解决这类问题的有效方式。案例教学法是一种利用案例作为教学工具的教育、教学方法, 于1990年起开始在我国教育界受到重视, 发展至今已颇具成效。它重视理论联系实际, 在教学内容中插入学生感兴趣的实际问题, 让学生不在局限于书本知识, 使自身实践与学科研究相结合, 提高学生学习的趣味性和能动性。教学案例法使学生更加深入理解概率统计理论知识, 领会课程的真正思想和用途, 又促使学生将所学理论知识应用于实践, 提高学生的综合应用能力和解决实际问题能力。专业理论与实际案例相结合, 使得课堂教学既生动又有趣, 从而逐步改善教学现状, 提升教学效果。

## 3. 案例教学法的应用

案例教学法在课堂教学中将学科知识与实践活动、专业应用相联系, 采用一些有趣的、具有代表性的案例, 使学生在课堂上接触大量的实际问题, 激发学生的学习动力, 提高学生分析和解决实际问题的能力。概率统计是一门课程容量大、应用范围广泛且理论性强的学科, 其思想方法和基本原理较抽象, 与其他定性定量类的学科有所区别。在教学过程中, 需要以适当的案例辅助学生真正掌握和理解概率统计思想方法, 从而应用理论去解决一些实际问题。下面结合课程的特点及教学实践过程中存在的问题, 分类举出一些教学案例。

### 3.1 趣味性案例

爱因斯坦说: “兴趣是最好的老师”。概率统计中

有很多有趣的典故和例子，教师可以适当的结合知识点加入一些生动的、新颖的案例，从而激发学生的学习兴趣，使得在学习过程中主动、创造的探索新知识，进一步发现问题和解决问题。

#### 案例 1:

如讲解古典概型的计算时，可以引入著名的分赌注问题。概率论的起源中有个经典的案例——赌徒如何公平、合理地分赌注。这个问题是 17 世纪法国的一位贵族向法国的数学家帕斯卡提出的：甲、乙两个人分别各出赌注 50 个金币，约定谁先赢满 5 局，谁就获得全部金币。但当赌博进行到甲赢了 4 局，乙赢了 3 局后，由于意外必须要终止游戏，那么此时如何分配这 100 个金币才算公平？

向学生展示这个案例后，教师可组织学生先自行讨论，或提出问题供学生思考：合理分配是否是把钱直接分成 7 份，赢 4 局的拿 4 份。赢 3 局的拿 3 份来分配？或者因为二人均未赢满 5 局，所以两人就各分一半呢？

<sup>[2]</sup>这样的问题提出后，必然激发学生学习兴趣，学生通过发现问题和解决问题去探索学习，学习动力会更足，最后再引导学生对课程里概率公式、古典概型应用计算。

### 3.2 代表性案例

案例是为教学目标服务的。所选案例应与相应的学科知识有直接联系，或具有所学习内容的典型特征，以便结论可以推广到更广泛的情境，不能过于特殊或偏离正常情况，因此它应该具有代表性。

#### 案例 3:

如在讲解全概率公式时，次品抽检是一类经典的问题。假设仓库中现共有 10 箱产品，其中甲、乙、丙三个厂各供给了 5 箱、3 箱和 2 箱。且已知甲、乙、丙三个厂提供产品次品率分别为 10%、15%和 20%。现从中任取 1 箱产品，再从该箱中任取 1 件产品，那么请问这件产品是次品的概率是多少？

全概率公式概率统计中非常重要的公式，教师在课堂上引导学生理解公式并掌握公式，进一步用全概率公式思想解决其他问题。由题意，次品可能来自甲、乙、丙三个厂，且已知产品来自甲厂是次品的概率即次品率为 10%。如果把“产品是次品”看作“结果”，将“产品来自甲厂”看作是导致这个“结果”发生的“原因”，那么在此我们要求的问题就可看作“知因求果”，通过计算在各种原因下结果发生的概率加和得到总的概率。将这一思想用数学语言表示即为全概率公式。全概率公式提供了计算复杂事件概率的方法，对于多种情况下造成同一种结果的概率，先求得导致该“结果”发生的每个“原因”概率，再利用加法公式与乘法定理，得到复杂事件的概率，基本思想化繁为简。

### 3.3 专业性案例

学习的目的是为了学以致用，概率统计的教学应立足于各专业的实际背景。概率统计在经济及工学方面应用广泛，设计适合学生专业特色的案例，使学生更好地理解所学知识并看到其应用价值，从而提高学生学习兴趣和主动性。

#### 案例 5:

对于经管类的学生，可以设计证券投资、经营管理等专业相关的案例。例如，小王是个生产豆腐的专业户，自产自销，店铺位于城市边缘地区。周日要根据天气预报来决定是在自家门店售卖还是去市场集中摊点售卖。根据以往豆腐销售记录，周日在自家门店售卖可获利 200 元，去市场集中摊点售卖则受天气影响，有雨会亏损 100 元，无雨天气可获利 500 元。当地气象台预报本周日有雨的概率为 40%，那么小王本周日应该选择去哪里售卖豆腐？

在概率统计中，离散性随机变量的数学期望是随机试验中每次可能结果的概率乘以其结果的总和。换言之，期望值是随机试验重复进行多次结果计算出的平均值，反映了随机变量取值的平均水平，是随机变量的一个基本数字特征。在此案例中，如果小王周日选择在自家门店售卖可获利 200 元；如果去市场集中摊点售卖，可以通过对获利的数学期望进行计算， $EX = 500 \times 0.6 + (-100) \times 0.4 = 260$  元，故小王如果去市场集中摊点售卖能获利更多。但如果选择去市场集中摊点售卖恰逢天气有雨，则带来损失 100 元，比在自家门店售卖获利 200 元更不合算，这就是风险，相应决策称为风险决策。通过对平均利润的比较帮助企业或者个人在面临这样选择的时候做出合理的决策。

#### 案例 6:

对于电信等工科类专业则可以设计仪器检验、集成电路应用相关的案例。例如，设某种特殊类型的集成电路所用硅晶圆片的目标厚度为  $245 \mu\text{m}$ ，在正常情况下，产品厚度应该服从正态分布  $N(245, 3.6^2)$ 。工厂抽取了 50 个硅晶圆片样品，并测定了每个硅晶圆片的厚度，得到了样品的平均厚度为  $246.18 \mu\text{m}$ ，那么这些数据是否表明实际的硅晶圆片平均厚度与目标值有显著差异呢？<sup>[1]</sup>

假设检验是一种统计推断方法，根据样本对总体做出某些“假设”，通过检验做出拒绝或者接受这些“假设”。由提出的问题可知，我们的检验目的是：如何利用抽查得到的样本去检验硅晶圆片的平均厚度  $\mu$  是否为  $245 \mu\text{m}$ ？这就需要设置一种检验规则，以及根据检验规则完成进一步的检验过程。假设检验较为普遍的规则——小概率原理，即“小概率事件在一次试验中几乎不会发生”。这种推理方法应用了数学上反证法的思想，

先令假设成立,看由此会导出一个什么样的后果。如果导出一个“不合理”的现象,则认为假设不能成立,如果没有导出“不合理”的现象,则认为假设成立[3]。这就是假设检验的基本思想。由与专业相关联的实际问题引入,让学生认为能用概率统计知识解决一些专业自身问题,对于提高学生的学习动力会有很大帮助。

### 3.4 实用性案例

理论与实践相结合,课堂知识融入生活。选择与实际生活贴近的例子,对这些案例的背景、解决方法、所涉及的知识等进行讲解,让学生明白概率统计是建立在现实生活基础上的一门应用性很强的学科,从而使学生认识到这门课的重要性<sup>[4]</sup>,同时也提升了学生解决实际问题的能力和创新性能力。

案例 7:

在讲解古典概型时,可以将这个数学概率模型应用于实际生活中。以所在的班级为考察对象,去考察一个班的学生有人生日在同一天的概率。例如,设每个人的生日等可能分布在 365 天中的某一天,则在有  $n (n < 365)$  个人的班级里,生日互不相同的概率为多少?存在至少两人生日在同一天的概率为多少?

上述案例具有可操作性,学生容易进行调查并获取数据,进一步整理、分析并计算。由于每个人在一年 365 天的每一天过生日都是有可能的,所以  $n$  个人可能的生日情况为  $365^n$  种,且每一种情况的出现具有等可能性,故属于古典概型问题。通过计算可知,在一个有 50 人以上的班中,至少有两人生日在同一天的概率达到了 97%;在一个有 64 人的班中,概率更是达到 99%以上。这和大多数人的“直觉”——认为两个人在同一天生日的概率较小,不太相符。教师可将其设计为线下作业,通过这一过程让学生感受到概率统计与生活、与自身息息相关,

不仅可以调动学生学习的能动性,还加深了学生对解题方法的理解。

案例 8:

中心极限定理是概率论中非常重要的一类定理,有广泛的实际应用背景。例如,2024 年巴黎奥运会,中国射击队以 5 金 2 银 3 铜共 10 枚奖牌的成绩,创造了中国奥运历史最佳战绩。这样好的成绩离不开运动员平时艰苦的训练。假设一名射击运动员在备赛初期进行了为期三个月的训练,在练习射击环节,已知每次射击击中指定区域的概率为  $p = 1/3$ ,若运动员在三个月内共完成了 120000 次射击练习,请问其中有 39500—40500 次击中到指定区域的概率是多少?

在实际问题中,有许多随机现象可以看作是由大量相互独立的因素综合影响的结果,即每一个因素对该现象的影响都很微小,但是作为因素总和的随机变量,往往服从或近似服从正态分布。概率论中有关论证随机变量和的极限分布是正态分布的定理通常叫做中心极限定理。这一内容有些抽象,学生不易有直观的理解,因此教学中可以借助相关的实际应用帮助学生深入理解。

在这个案例中,运动员每次射击之间看成是互不相关的,设在 120000 次射击练习中击中指定区域的次数记为  $X$ ,由题意  $X$  服从二项分布  $B(120000, 1/3)$ 。所求概率为  $P(39500 \leq X \leq 40500)$ ,在此用二项分布直接计算是很困难的。但又由于总次数  $n = 120000$  较大,则可用中心极限定理来求它的近似值。即有

$$\begin{aligned} & P(39500 \leq X \leq 40500) \\ &= P\left(\frac{39500 - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \frac{40500 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \\ &\approx \Phi\left(\frac{40500 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{39500 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \approx 0.9978. \end{aligned}$$

### 4. 总结

概率统计课程是一门应用性很强的学科。选择有趣的、具有代表性的案例,使得原先枯燥、单调、抽象的理论知识变得通俗易懂,学生学习的主动性增强,课堂氛围更加活跃。选择具有专业性、实用性的案例,实现理论与实践相结合,提高学生利用数学知识解决实际问题和创新实践的能力。案例教学法的实施让教学效能明显提升。但适合的案例不是信手拈来,这需要教师在日常生活中多积累思考,对案例进行精心组织与设计,将各类问题转化为概率统计问题。

#### 参考文献:

- [1] 张天德, 叶宏. 概率论与数理统计[M]. 高等教育出版社 2020.
  - [2] 董亚娟, 陈振龙. 概率统计方法在生活中的应用——兼论“概率论与数理统计”课程的案例教学法. 人才培养与教学改革—浙江工商大学教学改革论文集(1), 6. (2015).
  - [3] 李小明, 谢祥俊, 刘建兴. 概率论与数理统计[M]. 高等教育出版社 2004.
  - [4] 汪红霞. 案例教学法在概率统计课程中的应用研究. 科教导刊, 000(032), 91-92. (2016).
- 作者简介: 范莉(1995-06)女, 汉族, 四川南充, 硕士研究生, 职称: 助教, 研究方向: 数学。