

# 基于 FFT 的罗氏线圈短路电流模型辨识

胡聪 俞希学 张嵩彪 范晓然

中国船舶集团有限公司第七〇三研究所无锡分部，江苏无锡，214000；

**摘要：**在电力系统短路过程中，短路电流瞬态波形通常由直流衰减分量、基波和高次谐波叠加而成。本文通过快速傅立叶分解法（fast Fourier transform, FFT），对罗氏线圈测得的短路电流波形的关键参数进行提取。通过实测短路电流波形与仿真波形的对比分析，快速傅立叶算法能较为理想的对短路电流所含直流衰减分量初始值和时间参数、基波与谐波分量幅值等关键参数进行辨识得到较为准确的短路电流模型。

**关键词：**短路电流；FFT；系统辨识

## Identification Method of Short-circuit Current Model for Roche Coil based on Fast Fourier Transform

HU Cong YU Xi xue ZHANG Song biao FAN Xiaoran

Wuxi Division of NO.703 Research Institute of CSIC, Wuxi, China, Post Code:214000

**Abstract:** During the short-circuit process in power systems, the transient waveform of the short-circuit current is generally composed of the superposition of a DC decay component, the fundamental wave, and higher-order harmonics. This paper extracts the key parameters of the short-circuit current waveform measured by a Rogowski coil using the fast Fourier decomposition method (FFT). Through comparative analysis of the measured short-circuit current waveform and the simulated waveform, the FFT algorithm can effectively identify key parameters such as the initial value and time parameters of the DC decay component, as well as the amplitudes of the fundamental and harmonic components contained in the short-circuit current, thereby obtaining a relatively accurate short-circuit current model.

**Key words:** short-circuit current (SCC), FFT, system identification

**DOI:** 10.69979/3041-0673.26.02.016

## 引言

在对短路电流模型的建模方法的研究上：邓艳平<sup>[1]</sup>提出利用变压器二次出口采样电流与标准正弦曲线之间的欧氏距离来鉴别励磁涌流和故障电流。康尔良<sup>[2]</sup>根据短路电流中衰减分量的性质,推导出优化组合模型分时段采用非线性最小二乘回归方法直接辨识发电机参数的原理。庄胜斌<sup>[3]</sup>引入灰色预测模型研究短路电流峰值预测,并建立了短路电流峰值预测模型。

然而,目前对于短路电流模型的研究一般基于电力系统设计的需求。在已知系统主要参数的前提下进行设备选型与仿真研究。而在些特殊的电力试验场合下,需要通过实际系统的短路试验对原始设计中的各项参数进行校合。在对如何通过实测短路电流、电压波形得到电力系统关键参数的方法研究上：王洪权<sup>[4]</sup>研究了在使用罗氏线圈测量变压器短路电流波形过程中,罗氏线圈积分器时间常数对电流波形测量结果的影响。郅萍<sup>[5]</sup>则针对低压系统短路电流测量易受噪声影响的问题对比分析不同滤波算法在不同负载工况下对短路故障特征量提取结果的影响,并基于早期短路电流峰值的预测结果,提出了低压配电系统全范围协调保护方法。

本文将着重研究如何通过罗氏线圈测得实际短路

电流波形得到系统短路电流模型与关键参数。为短路电源容量配置与短路试验结果分析提供依据。

## 1 短路电流模型

对于短路电流建模方法的相关研究,郑彬<sup>[6]</sup>通过分析单相变压器副边出口短路电流等效电路模型与该系统的磁链方程,得到了单相变压器励磁涌流与二次侧短路电流的近似数学模型。

本文将从电力系统短路的一般模型出发,分析短路电流数学模型的相关特征。为下一步电力系统相关短路参数的提取提供依据。

### 1.1 短路电流建模

在一般可等效为电阻与电感的输变电线路中,突发的短路电流瞬态波形可以认为是稳态短路电流与冲击短路电流的叠加如图 1.1 所示:

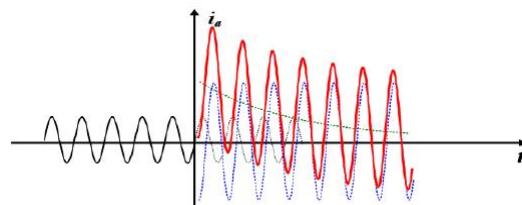


图 1.1 短路电流波形图

$$i_k = i_y + i_c \quad (1)$$

式中:  $i_y$  为稳态短路电流,  $i_c$  为冲击短路电流。

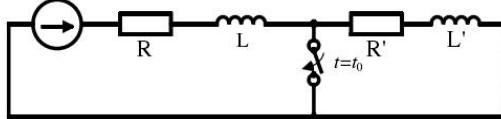


图 1.2 单相短路电路图

对于如图所示短路时刻相位角为  $\theta$  的正弦电压波形, 其稳态短路电流可以表示为:

$$\begin{aligned} i_y &= \frac{U_{1m}}{\sqrt{R_k^2 + (\omega L_k)^2}} \sin(\omega t + \theta - \varphi_k) \\ &= \sqrt{2} I_y \sin(\omega t + \theta - \varphi_k) \end{aligned} \quad (2)$$

$I_y$  为稳态短路电流有效值,  $\varphi_k$  为变压器功率因数角。对于三相短路故障, 取 A 相短路进行相关分析, 在瞬态短路过程中, 短路冲击电流感应电动势满足:

$$L_k \frac{di_c}{dt} + R_k i_c = 0 \quad (3)$$

求解微分方程有:

$$i_c = i_{c0} e^{-\frac{R_k}{L_k}t} \quad (4)$$

$i_{c0}$  为初始短路冲击电流。

在短路开始时刻, 假设电流与电压之间的夹角为  $\varphi$ , 在短路开始时刻满足:

$$i_{k0} = i_{y0} + i_{c0} = I_{1m} \sin(\theta - \varphi) \quad (5)$$

进一步得到:

$$i_c = \left[ I_{1m} \sin(\theta - \varphi) - \sqrt{2} I_y \sin(\theta - \varphi_k) \right] e^{-(R_k/L_k)t} \quad (6)$$

短路电流瞬时值:

$$\begin{aligned} i_k &= \sqrt{2} I_y \sin(\omega t + \theta - \varphi_k) \\ &+ \left[ I_{1m} \sin(\theta - \varphi) - \sqrt{2} I_y \sin(\theta - \varphi_k) \right] e^{-(R_k/L_k)t} \end{aligned} \quad (7)$$

## 1.2 短路电流特征分析

通过对上文短路电流瞬时值的推导, 分析总结后不难得到:

对于短路电流中所含的周期性分量, 其再短路发生后幅值保持不变, 并且保持原基波频率呈现周期性变化。

对于短路电流波形内所含的非周期性分量其幅值随线路阻抗时间常数逐步指数衰减至零, 此后短路电流波形呈现稳定状态。

这是由于对于电源系统的暂态变化过程, 其周期性分量属于强制电流, 大小取决于电源电压波形与线路阻

抗。而非周期分量则主要来源于电感回路中磁链和阻止线路电流突变所产生的感生电流, 其值从短路开始时刻的峰值逐步按指数规律衰减。直至衰减至零。

## 2 FFT 原理

快速傅立叶变换 (FFT), 以离散傅立叶变换为基础 (DFT), 其巧妙的利用了 WN 因子的周期性和对称性。在利用傅立叶变换及相关理论对电力系统波形分析的应用上: 王康<sup>[7]</sup>在其学位论文中详细比较了各类型短路故障的特点, 并通过 FFT 分析和 STFT 分析两种方法对比分析了各种短路电流波形的谐波变化特征。

### 2.1 傅立叶系数的计算

依据傅立叶展开的相关知识<sup>[8]</sup>, 对一个可以分解为直流与一系列复指数信号的周期信号  $f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$ , 计算其第  $m, (k=m)$  项的系数  $c_m$ , 有:

$$\begin{aligned} f(t)e^{-jm\omega_0 t} &= c_m e^{jm\omega_0 t} e^{-jm\omega_0 t} \\ &+ \sum_{k=-\infty, k \neq m}^{\infty} c_k e^{j(k-m)\omega_0 t} \end{aligned} \quad (8)$$

由于复指数形式的信号与另一个复指数形式的信号共轭乘积在其基波周期内的积分为零<sup>[9]</sup>:

$$\int_T e^{jm\omega_0 t} e^{-jn\omega_0 t} dt = 0, (m \neq n) \quad (9)$$

通过响应求解, 傅立叶系数求解公式可以改写成:

$$\begin{cases} a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt, (n=0,1,2,\dots) \\ b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt, (n=0,1,2,\dots) \\ c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot e^{-\frac{2\pi n t}{T}} dt, (n=0,\pm 1,\pm 2,\dots) \end{cases} \quad (10)$$

其中  $t_0$  为基波周期起始时刻,  $T$  为基波周期。

利用上述推导过程中对于某个由直流分量与周期分量组成的信号与另一个固定频率信号含有同频率的成分则它们乘积的积分不为零, 反之积分为零, 式 (11) 表示为:

$$\begin{cases} a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi m t}{T}\right) dt \neq 0, (n=m) \\ b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi m t}{T}\right) dt \neq 0, (n=m) \\ a_n, b_n = 0, (n \neq m) \end{cases} \quad (11)$$

### 2.2 正交向量求解

因此假设存在一组正交向量, 其满足:

$$\sum_{k=0}^n \alpha_k A_i \sin\left(i \frac{2\pi k}{N} + \varphi_i\right) = 0 \quad (12)$$

$N$  为采样频率

则有对于含有  $i$  次谐波的波形，在经过向量  $\alpha$  的滤波作用后，便不在含有  $i$  次谐波，且滤波作用与对应谐波的初相角无关。

因此将式 (19) 改写为向量的形式为：

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{2\pi i}{N} 0\right) & \cos\left(\frac{2\pi i}{N} 1\right) & \cdots & \cos\left(\frac{2\pi i}{N} n\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi i}{N} 0\right) & \sin\left(\frac{2\pi i}{N} 1\right) & \cdots & \sin\left(\frac{2\pi i}{N} n\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

### 3 直流衰减分量与周期性分量辨识

利用快速傅立叶变换的相关理论知识在基于实测电流波形对短路电流波形进行建模时首先需要将短路数据按采样率进行离散化处理：

则有：

$$i(k) = A_e e^{-\left(\frac{k}{\tau N f}\right)} + A_j \sum_{j=1}^h \sin\left(j \frac{2\pi}{N} + \varphi_j\right) \quad (14)$$

式中， $N$  为基波周期内采样次数， $h$  为谐波次数， $f$  为采样频率， $\varphi_j$  为经傅立叶展开与正弦余弦转换后的短路初相角， $A_e, A_j$  为对应项系数组成的参数矩阵， $k$  为采样点编号。

#### 3.1 直流衰减分量模型

根据上文中所阐述 FFT 滤波原理，要得到短路电流波形中直流分量的数学模型，即需要找到一个对应的滤波向量  $\alpha$ ，使得  $\alpha$  与基波与各次谐波均线性无关。

则短路电流波形  $I$  在向量空间  $\alpha$  上的投影满足等式：

$$I_\alpha = \sum_{k=0}^m \alpha_k A_e e^{-\left(\frac{k}{\tau N f}\right)} \quad (15)$$

由于直流分量衰减成  $e$  的指数形式。由于滤波向量空间  $\alpha$  的作用，使滤波后的短路波形不再含有周期性分量。因此对于成指数形式衰减的滤波结果，其在一定时间间隔内的数值关系是可以确定的，又由于滤波向量的滤波结果与周期性分量的初始相位无关。因此，在求解直流衰减分量相关参数的过程中，可以考虑利用同一短路波形中一定时间间隔的短路试验数据滤波结果，求解衰减时间常数  $\tau$ ，即：

$$\beta = \frac{I_\alpha}{I_\alpha} = e^{-\left(\frac{i}{\tau N f}\right)} \quad (16)$$

为一个可以确定的比例关系， $i$  为间隔时刻试验数据编号差。

进一步得到直流衰减分量系数矩阵：

$$A_e = \frac{I_\alpha}{\sum_{k=0}^{m-1} \beta^k} \quad (17)$$

#### 3.2 周期性分量模型

在得到了直流衰减分量的数学表达式后，可以近似认为基波与高次谐波之和的估计为原始短路电流波形与直流衰减分量之差：

$$\begin{aligned} i_T(k) &\sim i(k) - A_e e^{-\left(\frac{k}{\tau N f}\right)} \\ &= \sum_{i=1}^h [A_j \sin\left(i \frac{2\pi}{N} + \varphi_i\right)] \end{aligned} \quad (18)$$

明显在滤除直流分量后的短路电流波形是可以进行写为一系列周期性分量的叠加形式（可进行傅里叶级数展开）。又由于对于短路电流而言，其基波频率是已知的。通过构造满足条件的新的滤波向量  $\gamma$  便可以获得基波的傅里叶系数  $a_1, b_1$  与基本波分量的特征参数：

$$\begin{cases} A_1 = \sqrt{a_1 + b_1} \\ \varphi_1 = \arctan\left(\frac{b_1}{a_1}\right) \end{cases} \quad (19)$$

同理，通过构建不同频率的滤波向量，便可以很容易的解的各次谐波的幅值与初始向量角，进一步得到较为精确的短路电流模型与各项特征参数。

#### 4 仿真结果与分析

以某次短路电流实测波形为例，验证上述短路波形辨识方法的准确性，图 4.1 所示为短路试验一次系统示意图，表 4.1 所示为部分短路试验参数：



图 4.1 短路试验系统示意图

表 4.1: 短路试验变压器参数表

参数名称	参数值	单位
额定容量	1250	kVA
原边电压	10	kV
副边电压	400	V
短路阻抗	5.74%	
联结组别	Dyn11	
空载损耗	1981	W
负载损耗	10427	W

下图所示为通过罗氏线圈实测的短路电流波形:

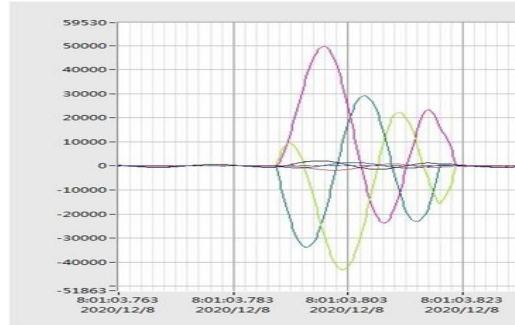


图 4.2 实测短路电流波形

分析实测波形不难发现, 短路电流波形在短路开始后约 8ms 达到峰值, 之后由于短路直流分量的衰减作用, 短路电流逐渐减小直至进入稳定状态, 最后由于断路器保护分闸短路电流波形出现一定的畸变, 整个短路过程总计约 35ms。为分析验证基于快速傅立叶变换得到的短路模型精度。将短路试验数据导入 MATLAB 中进行分析处理。数据采集频率为 5kHz, 截取部分不含开关动作时刻的短路电流波形, 将坐标转化为滤波算法所需的数据序号, 以 B 相短路电流为例分析辨识短路电流波形。

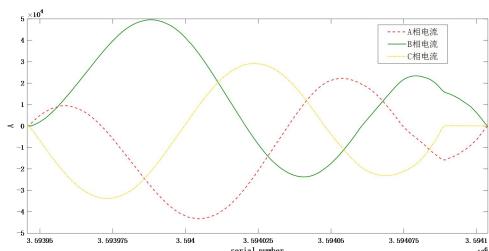


图 4.3 待辨识短路电流波形 (完整波形)

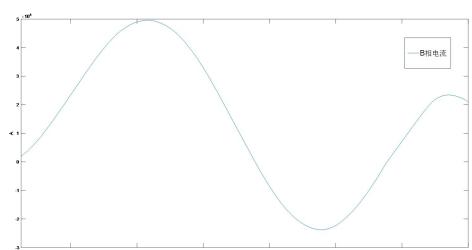


图 4.4 待辨识短路电流波形 (选取部分)

辨识得到 B 相短路电流模型为:

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a_0 * e^{(-b_0 * x)} + a_1 * \cos(x * 100 * \pi) \\
 & + b_1 * \sin(x * 100 * \pi) + a_2 * \cos(2 * x * 100 * \pi) \\
 & + b_2 * \sin(2 * x * 100 * \pi) + a_3 * \cos(3 * x * 100 * \pi) \\
 & + b_3 * \sin(3 * x * 100 * \pi) + a_4 * \cos(3 * x * 100 * \pi) \\
 & + b_4 * \sin(3 * x * 100 * \pi)
 \end{aligned} \quad (20)$$

表 4.2: 辨识模型参数表

参数名称	参数值
a0	$3.113 \times 104$
a1	$1.406 \times 104$
a2	1572
a3	-726.2
a4	-330.6
b0	74.77
b1	$-5.545 \times 108$
b2	$-7.556 \times 108$
b3	$-5.36 \times 108$
b4	$7.371 \times 108$

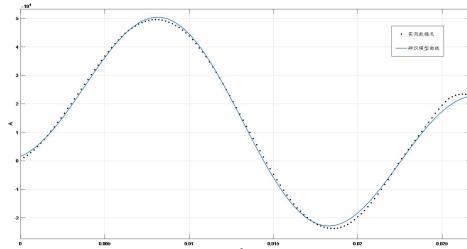


图 4.5 实测数据与辨识模型曲线对比

对比分析辨识所得模型曲线与实测数据不难得到, 基于 FFT 的短路电流模型辨识方法可以基于实测短路试验数据, 较为准确的得到短路电流的数学模型, 并通过数学模型进一步得到系统短路发生时, 系统的短路阻抗、冲击系数、短路电流上升时间等诸多系统关键参数。为在试验过程中精确调整变压器阻抗、线路阻抗等参数精确模拟实际系统短路电流波形提供依据。但由于在本次短路过程中, 短路电流峰值超过了低压断路器瞬动保护整定值, 系统在短路发生后的 30ms 内即切除故障, 过短的短路时间也给实验数据的收集带来了一定的困难。随着试验数据的增加, 该模型辨识方法的辨识精度还会有进一步的提升。

## 参考文献

- [1] 邓艳平, 杨秀, 张美霞, 等. 基于欧氏距离法的换流变压器短路电流和励磁涌流的辨识 [J]. 电网技术, 2015, 39(9).
- [2] 康尔良, 王靖, 孙力. 大型发电机突然三相短路试验数据分析和动态参数辨识 [J]. 大电机技术, 2005(4):

5.

[3] 庄胜斌等. 低压系统短路电流峰值预测研究 [C]. 中国电工技术学会低压电器专业委员会第十九届学术年会, 中国电工技术学会 2018.

[4] 王洪权, 任晓明. 罗氏线圈在变压器短路电流试验时的测量误差 [J]. 电子技术与软件工程, 2018, N o. 137(15): 221-222.

[5] 郭萍. 低压系统短路辨识与预测研究 [D]. 福州大学, 2017.

[6] 郑彬, 滕文涛, 项祖涛, 邓帅荣, 周佩朋, 李岩军, 班

连庚, 詹花茂. 基于变压器电流直流分量衰减特性的励磁涌流识别方法 [J]. 电网技术, 2017, 41(06): 2020-2026.

[7] 王康. 供电网短路故障谐波监控及预判 [D]. 大连理工大学, 2020.

[8] Clausen M , Baum U . Fast Fourier Transform s[M]// Fast Fourier transforms.

[9] 奥本海姆, 刘树棠 (译). 信号与系统 (第二版) [M]. 电子工业出版社, 2013: 119-130.