

基于 B-S 期权定价模型的可转债定价研究

王紫寻

上海大学，上海市，201899；

摘要：可转债是一种结合了较低利率公司债券与转股条件（转股价通常高于发行时正股价格）的混合型金融工具。其持有人有权在约定时间内按照预定价格将债券转换为发行公司的普通股。由于兼具债券与期权特性，可转债的定价相比股票、普通债券乃至标准期权都更为复杂。本文从可转债市场中筛选出 5 只信用评级不低于 AA 级且处于存续期内的品种作为样本，以 2023 年 10 月 21 日至 2024 年 10 月 20 日期间正股的每日收盘价为基准估算波动率，采用 B-S 期权定价模型计算可转债的理论价值。在此基础上，结合我国可转债市场的实际交易价格，对理论价值与 market 价格的偏离进行分析，据此评估 B-S 模型在该市场中的定价有效性。

关键词：可转债定价；B-S 期权定价模型；价值偏离

DOI：10.69979/3029-2700.26.01.021

引言

期权的价值取决于基础资产的价格变动，Black-Scholes 模型自 1973 年提出以来就成为期权定价的经典方法。学者在研究经典的 Black-Scholes 期权定价模型时，得出了股价服从的几何布朗运动模型，股价的波动伴随着期权定价的变化，说明股票市场与金融市场的发展密切相关。为了验证上述研究，我选取了近一年的股票价格进行数值模拟、拟合及预测。

1 模型设计

1.1 样本选取及来源

基于 B-S 期权定价模型的特征与我国可转债市场

实际情况，本研究设定如下样本筛选标准：首先，选取发债主体在过去几年内未发生信用风险事件的可转债，以保障样本稳健性；其次，优先选择发行公司市值较大的可转债，以增强其正股价格的抗操纵性，减少投机行为对定价模型的干扰；最后，考虑发行规模较大的可转债，以降低人为交易操纵的可能性，确保价格形成更具市场代表性；选择分离交易可转债，信用等级不低于发行时的 AA 级债券，且该可转债在存续期内信用等级处于相对稳定状态；选择附件条款比较规范且没有特别规定的转债品种。根据以上标准，我对目前在中国可转债市场发行的可转债进行分析，选出以下 5 只可转债，评级较高，基本情况如下表所示：

债券代码	债券简称	上市日期	期限	发行日期	信用等级	初始转股价格	当前转股价格
110084	贵燃转债	2022-01-18	6	2021-12-27	AA	10.17	7.15
113052	兴业转债	2022-01-14	6	2021-12-27	AAA	25.51	22.25
113065	齐鲁转债	2022-12-19	6	2022-11-29	AAA	5.87	5.27
113647	禾丰转债	2022-05-18	6	2022-04-22	AA	10.22	10.14
127056	中特转债	2022-04-15	6	2022-02-25	AAA	25	22.94

1.2 模型参数选取及来源

本文根据 B-S 定价模型将转债价格分解为 $CB = B + C$ 两部分，即纯债价格和认购期权价格。B 为纯债价格部分，C 为看涨期权部分的价格，CB 为理论上可转换公司债券的价格。

1、纯债部分价格：纯债部分的价等于投资者所持有的债券所能获得的现金流贴现值： I_t 为可转债各期利

息，T 为发行年限，r 为可转债贴现率，P 为可转债的面值。用公式表示为：

$$B = \sum_{t=1}^T \frac{I_t}{(1+r)^t} + \frac{P}{(1+r)^t}$$

（1）剩余到期时间 T-t：可转债债权价值部分的影响因素之一。目前研究中计算 T-t 的方法主要有两种：第一种是以交易日为准，不完整年份部分将可转债剩余

交易日天数除一年的交易日天数，得到的结果以年为单位；第二种是不考虑交易日，以 365 天为限，剔除可转换公司债券后的实际剩余天数。本文采用不以交易日为准的方式对 $T-t$ 进行计算，得贵燃转债、兴业转债、齐鲁转债、禾丰转债、中特转债的 $T-t$ 分别为 3.17、3.17、4.1、3.49、3.33。

(2) 折现率的选取：一是在期限结构相同的情况下，以国债收益率或银行一年期定存利率为参照值；二是基于同期限结构国债收益率增加对信用风险溢价因素影响的考虑；三是选择一般企业的企业债收益率作为参考，前提是期限相同，信用等级相当。针对目前国内发行可转债的公司一般具有良好的经营信用状况、稳定的经营模式和我国可转债较高的准入门槛的特点，所以我选取第三种，并根据可转债的剩余到期期限使用插值法调整各可转债的贴现率，使用插值法得： $r=2.55\%+(3.17-3)\times(2.69\%-2.55\%)=2.57\%$ 。故贵燃转债贴现率为 2.57%。其他可转债贴现率计算方式相同，经计算最终得贵燃转债、兴业转债、齐鲁转债、禾丰转债、中特转债的贴现率分别为 2.57%、2.27%、2.34%、2.62%、2.29%

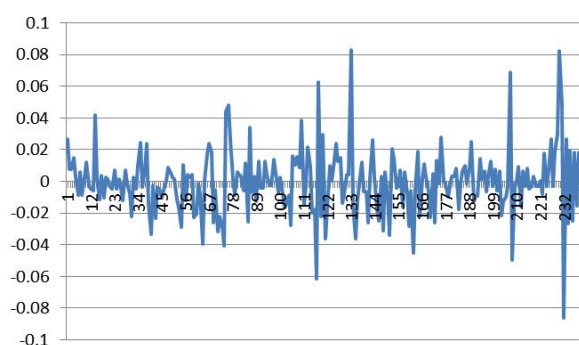


图 1：贵燃对数收益率序列

通过 EXCEL 的 STDEVP 函数求得 $\sigma=31.83\%$ 。将其余各可转债正股股票收盘价代入公式可得贵燃转债、兴业转债、齐鲁转债、禾丰转债、中特转债历史年化波动率为 31.83%、25.38%、30.38%、30.61%、30.32%

2 基于 B-S 期权定价模型的可转债定价实证分析

本部分将结合上文选取的样本转债数据，对转债转股价值部分、转股选择权价值部分进行单独的测算，具体如下：本次发行可转债的债权按现金流量折让的方式评估其价值部分；转债转股期权价值部分采用 B-S 期权定价模型进行估值，最终得出理论价值并对比。

2、可转债期权部分的价格：首先做如下假设，股票价格遵循几何布朗运动 $ds=\mu Sdt+\sigma Sdw$ ；卖空机制是存在的；税及交易费用 0；没有风险也没有套利的机会；证券买卖具有延续性；无风险收益比在期权存续期内是固定常数。

(1) 无风险利率的确定：在研究实践中，通常以相应期限的国债到期收益率作为无风险利率的代理变量。本文选用由中债资讯网发布的中债国债到期收益率曲线数据，确定无风险利率为 1.94%。

(2) 股票波动率的估算：常见的波动率估计方法包括 GARCH 模型预测法与历史波动率计算法。本研究采用历史波动率方法，基于 2023 年 10 月 21 日至 2024 年 10 月 20 日期间各正股的日度收盘价格进行测算，并将其作为样本可转债波动率的输入值。 S_i 表示第 i 天的股票收盘价， S_i/S_{i-1} 表示当天相较于前一天的波动情况，股票对数收益率为 $r_i=\ln(S_i/S_{i-1})$ ，其计算公式如下：

$$\sigma = \sqrt{1/(n-1) * \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2} \times \sqrt{n}, \quad r_i = \ln(S_i/S_{i-1})$$

对贵州燃气相应期间的日收盘价进行收益率取对数处理，得到如图 1 的对数收益率序列：

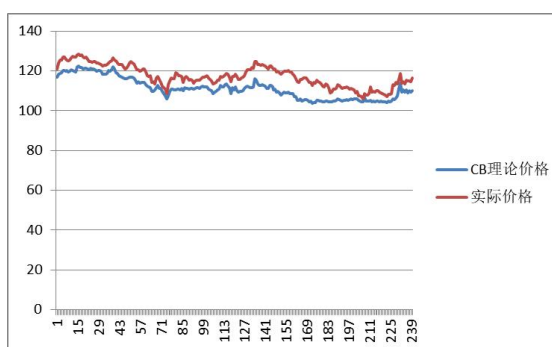


图 2：贵燃理论价值与实际价格对比图

2.1 可转债债券价值部分计算

采用现金流贴现的方式计算可转债部分价值，以给定票面利率折现未来期限内的现金流，计算公式如下：

$$B = \sum_{t=1}^T \frac{I_t}{(1+r)^t} + \frac{P}{(1+r)^T}$$

其中， B 为可转债债券部分价值， I_t 为可转债各期的利息， T 为可转债发行年限， r 为可转债的贴现率， P 为可转债的面值。以贵燃转债为例，贵燃转债每年所对应的票面利率为 0.3%、0.5%、1%、1.5%、1.8%、2%，现金流量为 0.3、0.5、1、1.5、1.8、2，贴现率为 2.57%，票面价格为 100，将相关数据带入到现金

流贴现模型公式中:

$$B = \frac{0.3}{1+2.57\%} + \frac{0.5}{(1+2.57\%)^2} + \frac{1}{(1+2.57\%)^3} + \frac{1.5}{(1+2.57\%)^4} + \frac{1.8}{(1+2.57\%)^5} + \frac{102}{(1+2.57\%)^6} = 92.23。$$

采用同样的方法可以得到其他 4 支可转债的纯债价值, 分别为 92.23、93.34、94.76、91.97、93.08。

2.2 可转债转股期权价值部分计算

B-S 期权定价公式为:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

基于 B-S 期权定价模型, 将各个参数带入模型公式, $r=1.94\%$ 、 $\sigma=31.83\%$ 、 $T-t=3.17$ 、 $K=10.17$ 、 $S=7.15$, 将每股期权的价值乘以可转债约定转换的股票数量, 即可得到内嵌转股期权整体价值, 该价值可通过代入 B-S 期权定价模型计算得出: $d_1=-0.2298$, $d_2=-0.7966$ 。通过 EXCEL 的 NORMSDIST 函数求得: $N(d_1) = 0.409$ $1N(d_2) = 0.2129$ 。

由此可得:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2) = 7.15 \times 0.4091 - 10.17e^{-0.0194 \times 3.17} \times 0.2129 = 0.8895$$

2.3 可转债的理论价格

每股转股期权价值 0.89 元, 贵燃转债的初始转股价格 10.17 元/股, 所以每 100 元面值的可转债可转股为 9.8328 股, 二者相乘得到贵燃转债价格为: $CB=B+C=100.98$ 。以此方法求得其余 4 只可转债的理论价格为 100.98、100.58、113.01、104.28、101.89, 4 只可转债的实际价格经查询为 117.631、109.852、116.889、100.527、105.35, 所以计算出偏离率为 -14%、-8.4%、-3.3%、3.7%、-3.3%。为增强实证结果的真实性与严谨性, 本文纳入时间动态因素, 选取最近一年内共计 240 个交易日的数据作为研究样本, 将贵燃集团 A 股每日收盘价设为当期股票价格 S , 之后用贵燃集团历史股票价格算出 2023 年 10 月 21 日至 2024 年 10 月 20 日每一日的股票波动率, 同时根据 CSMAR 数据库, 得知贵燃转债近一年的转股价格历史调整只有一次, 为 2024 年 6 月 7 日, 调整前价格为 7.18, 调整后价格为 7.15, 将其设为期权执行价格 K 。经过计算发现, 就贵燃转债而言,

当我考虑时间动态影响, 得到的偏离率远小于未考虑时的偏离率 14%, 减少 10% 左右, 说明在利用 B-S 期权定价模型定价时, 如果想要结果更准确, 误差更小, 就应该把时间变化对各变量的影响纳入考量和分析范围。

3 可转债定价结果分析

3.1 可转债定价结果分析——主要以贵燃转债为代表进行分析

通过运用 B-S 模型对 5 支可转债的理论价值进行计算, 可以发现其中的 4 支出现了价值被低估的现象。且同时以贵燃为例, 即使在考虑了时间动态因素下, 对贵燃转债理论价值近一年 240 个时间节点计算之后, 发现其偏离率程度虽大大减少, 但价值被低估的现象依旧存在。为了直观的反应计算结果, 我将计算出的 240 个时间节点的转债价格和实际价格绘制成折线图, 如图 2 所示的贵燃转债理论价值和实际价格的对比图。

3.2 可转债定价偏差的原因

根据上文的测算分析, 转债存在价值低估的情况, 且转债市场普遍存在这种情况。可转债定价出现偏差有多种影响因素, 对定价过程中出现价值偏差的原因, 本文将分别从以下几点进行分析:

(1) B-S 模型的客观影响: 从模型本身来说, 它的假设是正股的股价与正态分布相吻合, 但从现实情况来看, 企业的发展前景、资质等都将影响股价; 同时, 模型假定企业不会产生交易费用以及交易中心中的税金, 其假定不能完全考虑在内。

(2) 条款设计问题: 公司为了使投资者实施回售权的概率变小, 进而增加投资者的转股意愿, 会使用向下修正条款对贵公司转债转股价格进行调整, 但模型在运用过程中很难达到完全量化的作用, 从而导致模型定价出现价值偏差。

(3) 做空机制不足: 中国债券网 2020 年发布的关于债券市场的报告指出: 目前债券信用风险居高不下, 投资者的收益将因信用风险的出现而受到较大影响。由于信用风险的发生, 使得投资者只能获得本金和固定利息, 没有办法通过做空获得更大的收益, 因此债券信用风险在我国债券市场中普遍存在。

这些影响将促使贵燃转债理论价值的偏离, 以及其实际价格的背离程度有所上升。

3.3 相关对策建议

(1) 降低 B-S 模型的客观影响: 分析我国转债市场中哪些是不能适应的假设条件, 然后对定价模型进行本地化调整, 研究如何在 B-S 模型去除一定假设后进行相应调整。

(2) 选择合适的发债时机: 转债在适当的时候发行, 除了能减低风险外, 融资成本也能在一定程度上降低。

(3) 创新条款: 为降低可转债的定价偏差, 可对其条款设计进行创新, 例如限制发行企业执行下修条款的时间间隔以及每次下修的比例从而增强向下修正条款与回售条款之间的协同性。通过提高两者的联动密度可有效约束可转债的理论价值与市场价格之间的偏离。

参考文献

[1] Xu, L. & Chen, T. (2023). The Valuation of Convertible Bonds Under Different Economic Scenarios: A Black-Scholes Perspective. *Journal of Financial Economics*, 140(3), 765-790.

[2] Wang, J. & Zhang, L. (2023). Market Conditions and the Valuation of Convertible Bonds: New Evidence from the Black-Scholes Approach. *Finance Research Letters*, 51, 103-110.

[3] Huang, Y. & Wu, Y. (2023). The Role of Convertible Bonds in Capital Structure: Insights from the Black-Scholes Model. *Journal of Financial Stability*, 60, 100-115.

[4] 张丽&刘峰. (2023). 可转债的市场表现与定价模型的比较研究. *经济与管理研究*, 44(3), 160-175.

[5] 林涛&张爽. (2023). 基于 B-S 框架的可转债定价研究. *经济管理*, 45(2), 135-150.

[6] 魏刚&孙晔. (2023). 可转债定价模型的进展与应用. *中国金融研究*, 56(1), 77-89.

[7] 赵俊&吴敏. (2022). 可转债定价中的市场波动性影响分析. *金融市场*, 15(3), 205-218.

[8] 黄小&陈亮. (2021). 基于 B-S 模型的可转债定价动态分析. *现代经济科学*, 43(2), 98-112.