

用层刚度法校核斜柱钢框架的柱计算长度系数

仲跻峰

南通市建筑设计研究院有限公司，江苏南通，226006；

摘要：在民用建筑钢结构设计中经常遇到斜柱，用STS等常用软件计算时，不管柱与水平线倾角如何变化，柱的计算长度系数与直柱相同。很多设计师没有应用二阶分析法或直接计算法进行稳定分析的工具。尝试采用层刚度法，推导不同角度斜柱钢框架稳定分析需要的柱计算长度系数，并与理论公式进行校核，发现倾角不同，会影响P-Δ效应，自然柱计算长度系数不同。利用本文推导公式便于设计师利用常用软件进行设计。

关键词：P-Δ效应；柱的计算长度系数；二阶分析法；层刚度法

DOI: 10.69979/3029-2727.25.10.014

引言

《钢结构设计标准》①和传统的教科书中，在进行钢结构框架柱的稳定计算时，主要采用柱计算长度系数法。标准附录有无侧移、有侧移框架柱以及阶型柱包括柱顶不同约束情况的计算长度系数表，可以供设计师方便查阅。标准提供的公式以及附录表格中的系数，均是基于框架柱垂直的情况。但在民用建筑钢结构设计中经常遇到斜柱，用STS等常用软件计算时，发现软件计算结果的柱计算长度系数与直柱相同。设计师直观的感觉是柱的倾角可能会影响柱计算长度系数，软件结果不一定正确。标准另外提供二阶P-Δ弹性分析或直接计算法，很多设计单位没有该分析软件或者有的软件还不成熟。本文尝试采用《结构稳定理论与设计》②推荐的层刚度法推导不同角度斜柱钢框架稳定的柱计算长度系数，每一步都进行验证。

1 直柱框架稳定计算

1.1 规范公式

框架内力可以采用一阶弹性分析，进行稳定分析时，把柱当做单独压弯构件来设计，用计算长度系数考虑二阶影响。设计时，通常分为有侧移和无侧移两种情况选择计算长度系数，STS等常用软件都可以计算。

一般教科书都这样描述：单个压弯构件假定为无限弹性，压弯构件屈曲时的临界荷载与轴心受压构件的屈曲时的临界荷载相同，弯矩的存在只是加大了构件的弯曲变形；有学者以此类推理到水平荷载仅是增加框架的侧移，框架弹性屈曲临界荷载基本不变。设计过程中，

不管承受多大的水平荷载或者垂直荷载，STS软件得出的柱计算长度系数不变，计算结果见图1。

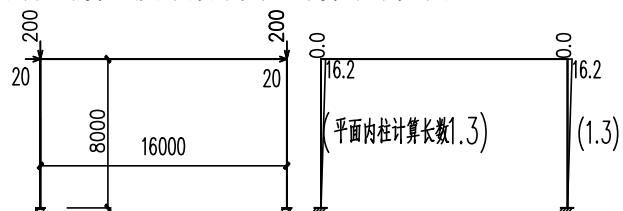


图1 直柱尺寸、荷载、顶点位移、长细比图

1.2 层刚度法计算柱计算长度

图1框架荷载还可以用层刚度法计算②。有侧移框架发生失稳的本质是框架的抗侧刚度消失，楼层侧移 Δ 无穷大。该框架弹性屈曲临界荷载等于楼层的侧移刚度（产生单位层间位移角所需的水平力） S_b 。

$$S_b = S_b = H / \theta_1 \quad (1)$$

$$\theta_1 = \theta_1 = h / \Delta_1 \quad (2)$$

θ_1 为楼层的一阶分析倾斜角， Δ_1 为水平力 H 作用下的一阶分析楼层水平位移。可以从 S_b 推导得到柱

$$\text{计算长度系数 } u \quad (2), u = \sqrt{1.2(N_{ei} / P_{cri})} = \sqrt{1.2N_{ei} / S_b} \quad (3)$$

公式中1.2为经验放大系数， N_{ei} 为欧拉公式计算屈曲荷载。

1.3 举例验证

图1钢框架梁柱截面均为H500×250×10×12mm，手工计算 $K_1=0.5$, $K_2=10$ ，查钢规表E.0.2，柱计算长度系数 $\mu=1.3$ ，与STS计算结果相同。用公式(1)计算， $S_b=19752\text{KN}$ ，用公式(3)计算， $N_{ei}=27544\text{ KN}$ ， $\mu=1.3$ ，与查表结果相同。

还可以做一个更直接的验证，柱顶与梁为铰接，柱计算长度系数为 2.0，见图 2。此时用公式（1）计算， $S_b=8648\text{KN}$ ，用公式（3）计算， $\mu=1.95$ ，与 2.0 很接近。

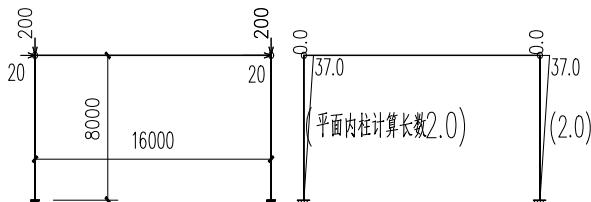


图 2 梁柱铰接荷载和位移图

2 平行斜柱的框架稳定计算

2.1 问题提出

先用 STS 计算，斜柱长度、梁跨度、截面都与图 1 的直柱框架相同，计算结果见图 3，计算长度系数为 1.3 也与图 1 相同，可以推断软件是根据规范公式计算的，没有考虑柱倾斜的影响。柱的计算长度系数能与图 1 相同吗？

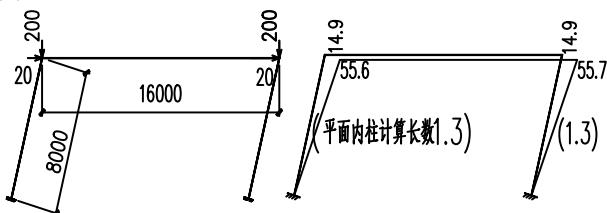


图 3 斜柱尺寸、荷载、顶点位移、长细比图

2.2 层刚度计算柱计算长度

图 2 框架发生失稳，仍然是框架的抗侧刚度消失，楼层侧移 Δ 无穷大，可以推断该框架弹性屈曲临界荷载仍然等于楼层的侧移刚度。斜柱框架的楼层侧移刚度 S_b 怎么算呢？

斜柱框架承受垂直力和水平力时，都会产生位移。柱的 $P-\Delta$ 效应是沿着柱轴线方向的轴力引起的， Δ 应该是柱顶沿着柱身垂直方向的位移。所以要把水平荷载和垂直荷载都分解到与柱身平行和垂直方向如图 4。

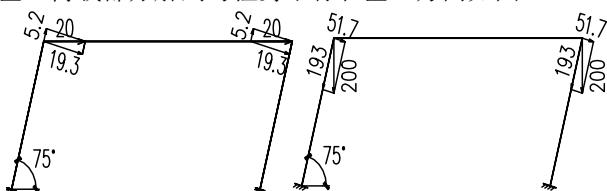


图 4 斜柱节点荷载分解图

将分解力合并作用到图 1 框架，顶点位移为 57.6mm，见图 5，与图 3 顶点垂直于柱身方向位移

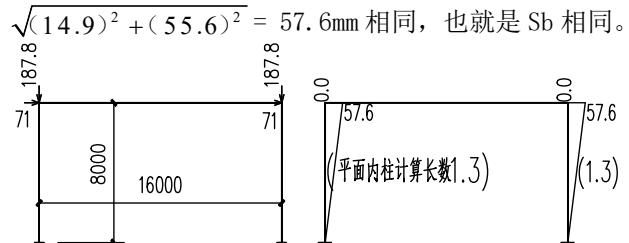


图 5 直柱框架荷载、顶点位移图

由此验证平行斜柱框架的柱计算长度系数与同尺寸直柱框架相同。

2.3 斜柱与直柱框架的不同点

根据钢规要求，2.2 条讨论的前提是二阶效应系数 $\theta_{i,\max II}$ 不大于 0.1。随着斜柱与水平线倾角变化，有可能仅仅在垂直荷载作用下， $\theta_{i,\max II}$ 超过 0.1，有必要采用二阶弹性计算或加大梁柱刚度。

3 对称斜柱的框架稳定计算

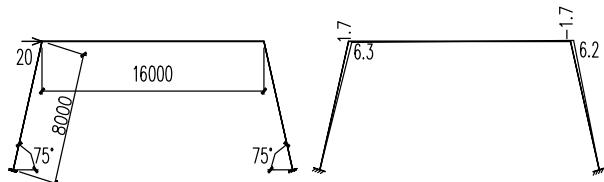


图 6 斜柱尺寸、水平荷载、顶点位移图

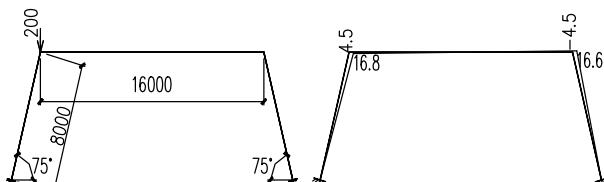


图 7 斜柱尺寸、垂直荷载、顶点位移图

参照 2.2 节的设计思路，图 6 框架的弹性屈曲临界荷载仍然等于楼层的侧移刚度。图 6 水平荷载分解到与柱身垂直分力为 19.3KN，引起柱顶位移 $\Delta = \sqrt{(1.7)^2 + (6.3)^2} = 6.5\text{mm}$ ，用公式（1）计算， $S_b=23753\text{KN}$ 。

图 7 垂直荷载分解到与柱身垂直分力为 51.7KN，引起柱顶位移 $\Delta = \sqrt{(4.5)^2 + (16.8)^2} = 17.4\text{mm}$ ，用公式（1）计算， $S_b=23770\text{KN}$ 。与图 6 计算结果一致。验证 S_b 的计算思路是正确的。再套用公式（3）计算，柱长度系数为 1.18，与平行斜柱框架不同。

4 通用推导

根据前述举例进一步推导，计算有斜柱框架的楼层侧移刚度 S_b ，公式（1）的 H 为柱顶节点荷载分解到与

柱身垂直分力，公式（2）的 Δ_1 为该方向节点位移， h 仍然为柱长度。

如果节点荷载不同，或者柱倾角不同，各根柱分别用公式（1）计算，之和就是楼层的侧移刚度 S_b 。

5 梁跨度和轴力影响

5.1 常规跨度

常规框架失稳与图1框架类似，发生有侧移失稳，可以采用前述方法校核。

5.2 梁跨很大

柱的长度比较短，梁的跨度很大，见图8。梁需要柱提供额外约束支撑，柱对梁起到转动约束作用，有可能发生无侧移失稳，但框架的临界荷载、柱的计算长度系数与①类不同②，需要采用另外公式计算，一般都大于2.0。不适合本文方法校核。

5.3 梁跨很小

梁跨度很小，如果为0变为支撑形式，见图9，顶点侧移计算为0，也就是 S_b 的理论值为无穷大，即不会发生有侧移失稳，那就要按无侧移失稳验算。

5.4 梁轴力影响

如果梁承担压力，计算梁的线刚度要折减①，不适合本文方法校核。实际遇到梁压力都不大，大都可以忽略。

略。

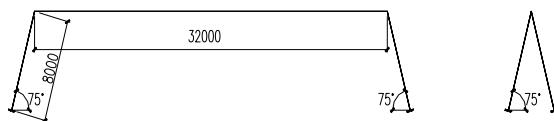


图8 柱短梁长框架立面

图9 支撑立面

6 总结

标准提供的公式能够满足一般厂房钢框架结构计算的要求，可以直接采用STS等常用软件计算结果。某些特殊型式的框架如斜柱框架，柱倾角不相同，柱计算长度系数可以预先用层刚度法计算。把校核后的系数带入STS等常用软件计算。对梁的跨度也要关注，跨度很大的钢框架或者梁轴力很大，均不适合采用柱计算长度系数法。

参考文献

- [1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 钢结构设计标准:GB50017-2017[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017.
- [2] 郭兵. 结构稳定理论与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019

作者简介：仲跻峰（1972.06-），男，汉族，江苏南通人，硕士，高级工程师，研究方向：结构设计。