聚知刊出版社
JZK publishing

滚动体故障的深沟球轴承径向刚度计算

李浩东 逯代兴通讯作者

上海应用技术大学，上海，201418；

摘要：以单列深沟球轴承为研究对象，综合考虑了轴承结构参数、径向载荷大小以及一个滚动体故障情况下的影响，建立了通用的单列深沟球轴承径向刚度随时间响应的计算模型。利用Python编程，通过数值计算的方法，对比研究了健康轴承与滚动体故障轴承径向刚度的变化。结果表明:滚动体故障会使轴承刚度减小并在时域上波动变大。

关键词：深沟球轴承；径向刚度；动态模型；赫兹理论；Python

DOI：10.69979/3060-8767.25.05.027

引言

深沟球轴承，作为一种广泛应用的旋转机械元件，以其结构简单、可靠性高和维护成本低而著称。在各种工业应用中，它们承担着支撑旋转轴和承受载荷的关键角色。轴承转动过程中，各滚动体的相位发生变化，从而刚度也会发生变化；轴承使用年限过久，出现滚动体缺失的情况，轴承刚度受到影响，振动会变大。因此轴承动态刚度的研究对轴承状态监测是至关重要的。

Dougdag M等[1] 进行了球轴承非线性刚度简化模型的实验验证；El-Sayed[2]根据赫兹弹性接触理论计算出了深沟球轴承径向刚度；曹宏瑞等[3]基于 Jones － Harris 模型求解了高速球轴承刚度;杨家鹏等[4]建立了单列球面滚子轴承的动力学模型，基于Hertz接触理论计算其径向刚度;Sopanen[5]建立一个包含局部和分布式缺陷的深沟球轴承的动态模型。

本文基于赫兹接触理论，考虑单个滚动体缺失对深沟球轴承径向刚度的影响，建立考虑随时间动态变化的深沟球轴承径向刚度计算模型。以单列深沟球轴承为例，计算不同工况下，考虑不同因素时滚动体故障轴承和健康轴承的轴承径向刚度。

1 滚动体载荷计算

1.1 轴承径向刚度计算结果

图1展示了未计径向游隙及预紧力时轴承受径向载荷的内部载荷分布。外载荷作用使轴承内圈中心O沿径向竖直下移至O'，O和O'间距δ_r为轴承最大径向弹性变形。依内圈静力平衡条件可得

$$F_r = \sum_{j=1}^{\pm j_{max}} F_{j,i}\cos\varphi_j\,(1 \le j \le j_{max})\#(1)$$

式中，ϕ_j为第j个球体中心与内圈中心的连线和径向载荷作用线的夹角；$F_{j,i}$表示与载荷作用线呈ϕ_j角的球体对内圈的力；Z代表轴承内部球体的总数；j_{max}是轴承90°范围内最多球体数量。

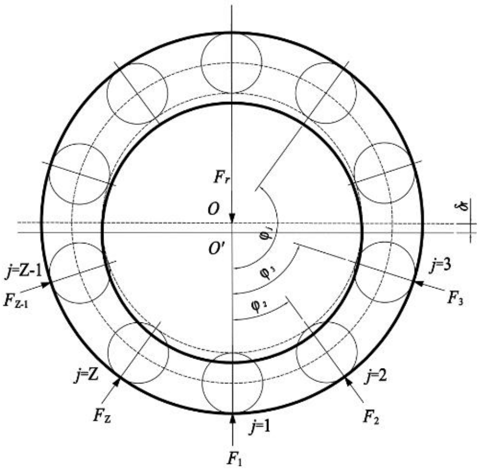

图1 径向载荷作用下轴承受力分析示意图

轴承内部变形协调关系为

$$\delta_j = \delta_r\cos\phi_j\#(2)$$

式中：δ_j为与径向外载荷作用线夹角为ϕ_j位置的弹性变形总量；δ_r为滚动轴承内最大径向弹性变形。

在外部径向载荷作用下，轴承内滚动体所受载荷Q与接触变形δ存在如下关系：

$$\delta \sim Q^{\frac{2}{3}}\#(3)$$

将式(2)和式(3)联立求解，可得到轴承内第j个滚动体对内圈的作用为

$$F_{j\_i} = F_{max\_i}\left(\cos\varphi_j\right)^{1.5}\#(4)$$

将式(1)～式(4)联立求解，可得到轴承内滚动体对

内圈的最大作用力为

$$F_{max\_i}=\frac{F_r}{\sum_{j=1}^{\pm j_{max}}\left(\cos\varphi_j\right)^{2.5}}\#(5)$$

当轴承以较高速度运转时，球体的离心力会增强，导致其与外圈的接触力大于与内圈的接触力。依据球体处于径向力平衡时的受力状况，可推导出球体施加于外圈的力的表达式

$$F_{j\_o}=F_{max\_i}\left(\cos\varphi_j\right)^{1.5}+F_c\#(6)$$

$$F_{max\_o}=\frac{F_r}{\sum_{j=1}^{\pm j_{max}}\left(\cos\varphi_j\right)^{2.5}}+F_c\#(7)$$

在公式中，F_c为球体所受的离心力，$F_{max\ _o}$为球体对轴承外圈的最大受力，在低速运转时可以忽略不计。

1.2 轴承一个滚动体故障

当轴承原本位置的第三个滚动体发生故障，滚动体不与内、外圈发生接触时，轴承内圈的静力平衡条件依然如式（1），但是第三个滚动体位置的力$F_{3,i}=0$、$F_{3,o}=0$。此时轴承内滚动体对内外圈的最大作用力为

$$F_{max\_i}=\frac{F_r}{\sum_{j=1}^{\pm j_{max}}\left(\cos\varphi_j\right)^{2.5}-\cos\varphi_3}\#(11)$$

$$F_{max\_o}=\frac{F_r}{\sum_{j=1}^{\pm j_{max}}\left(\cos\varphi_j\right)^{2.5}-\cos\varphi_3}+F_c\#(12)$$

各个滚动体对内外圈滚道的作用力计算公式任为式(4)、(6)。

2 滚动体接触变形及刚度计算

根据 Hertz 接触理论，球与滚道之间的接触区域是椭圆形，在球与滚道接触上，接触体的弹性趋近距离δ为

$$\delta=\delta^*\left[\frac{3Q}{2\sum\rho}\left(\frac{\left(1-\upsilon_I^2\right)}{E_I}+\frac{\left(1-\upsilon_{II}^2\right)}{E_{II}}\right)\right]^{\frac{2}{3}}\frac{\sum\rho}{2}\#(13)$$

$$\delta^*=\frac{2F}{\pi}\left(\frac{\pi}{2\kappa^2E}\right)^{\frac{1}{3}}\#(14)$$

式中是υ泊松比，E 是弹性模量，F 和E分别是第一类和第二类完全椭圆积分，

$$F=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[1-\left(1-\frac{1}{\kappa^2}\right)\sin^2\phi\right]^{-\frac{1}{2}}d\phi\#(15)$$

$$E=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[1-\left(1-\frac{1}{\kappa^2}\right)\sin^2\phi\right]^{\frac{1}{2}}d\phi\#(16)$$

Brewe 和 Hamrock[6]借助线性回归的最小二乘法，获得了一组关于κ和E，F 的简化的近似公式，它们是：

$$\kappa\approx1.0339\left(\frac{R_y}{R_x}\right)^{0.636}\#(17)$$

$$E\approx1.0003+\frac{0.5968}{\frac{R_y}{R_x}}\#(18)$$

$$F\approx1.5277+0.6023\ln\left(\frac{R_y}{R_x}\right)\#(19)$$

式中，角标 x 表示接触椭圆的长半轴方向，y 表示短半轴方向。

在滚动体与外滚道接触中弹性趋近距离δ_o为

$$\delta_o=\delta_o^*\left[\frac{3Q_o}{\sum\rho_o}\frac{\left(1-\upsilon_I^2\right)}{E_I}\right]^{\frac{2}{3}}\frac{\sum\rho_o}{2}\#(20)$$

$$\delta_o^*=\frac{2F_o}{\pi}\left(\frac{\pi}{2\kappa_o^2E_o}\right)^{\frac{1}{3}}\#(21)$$

在滚动体与内滚道接触中弹性趋近距离δ_i为

$$\delta_i=\delta_i^*\left[\frac{3Q_i}{\sum\rho_i}\frac{\left(1-\upsilon_I^2\right)}{E_I}\right]^{\frac{2}{3}}\frac{\sum\rho_i}{2}\#(22)$$

$$\delta_i^*=\frac{2F_i}{\pi}\left(\frac{\pi}{2\kappa_i^2E_i}\right)^{\frac{1}{3}}\#(23)$$

第 j 个球体与内圈滚道之间的接触径向刚度为

$$K_{j_i}=\frac{dF_{j_i}}{d\delta_{j_i}}\cos\varphi_j\#(24)$$

第 j 个球体与外圈滚道之间的接触径向刚度为

$$K_{j_o}=\frac{dF_{j_o}}{d\delta_{j_o}}\cos\varphi_j\#(25)$$

第 j 个球体与内外圈接触的总刚度是球体与内外圈接触刚度的串联

$$K_j=\frac{1}{K_{j_i}^{-1}+K_{j_o}^{-1}}\#(26)$$

可得到滚动体列沿 y 方向和 x 方向的整体主刚度以及 x 与 y 方向耦合刚度：

$$K_{yy}=\sum_{j=1}^{N}K_j\cos^2\varphi_j\#(27)$$

$$K_{xx}=\sum_{j=1}^{N}K_j\sin^2\varphi_j\#(28)$$

$$K_{xy}=K_{yx}=\sum_{j=1}^{N}K_j\sin\varphi_j\cos\varphi_j\#(29)$$

3 结果分析

以轴承 6209-2Z 为例通过计算，对不同因素对轴承刚度的影响进行分析（本模型只考虑弹性接触变形的影响），其具体结构参数如表 1 所示。

表 1　深沟球轴承结构参数

Table.1　Structural parameters of deep groove ball bearing

参数	数值
球直径/mm	12.3
轴承节圆直径/mm	65
球个数	10
内、外圈轮廓半径/mm	6.17

4.1 轴承径向刚度计算结果

在1000N径向载荷、6860 rpm转速下，深沟球轴承模型2s内的滚动体列在y向和x向的整体主刚度及x与y向耦合刚度计算结果如图2所示。该模型动态刚度呈周期性变化，条件不变时，以计算数据平均值表示其总刚度。

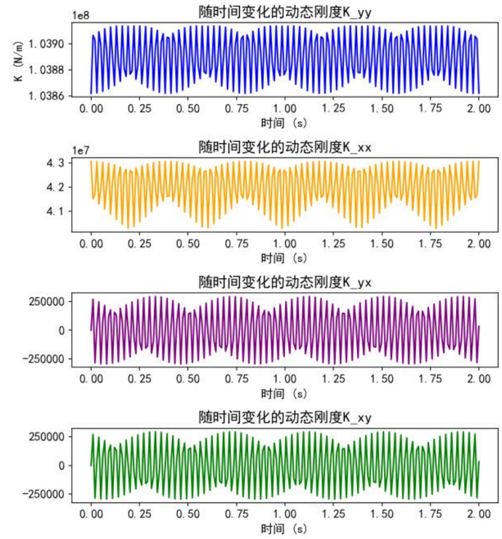

图2 滚动体列沿y方向和x方向的整体主刚度以及x与y方向耦合刚度

图3是在相同条件下，对第三个滚动体故障的轴承径向总刚度与健康轴承径向总刚度进行对比的图表。从图中可以观察到，滚动体故障后轴承刚度波动显著。虽然刚度的最大值未受显著影响，但其最小值与完整轴承相比差异较大。当轴承旋转时，若滚动体故障位置处于非受载区域，此时受载滚动体的数量和位置与完整轴承一致，因此刚度相近；而当滚动体故障位置进入受载区域时，受载滚动体数量比完整轴承少一个，导致刚度差异显著。

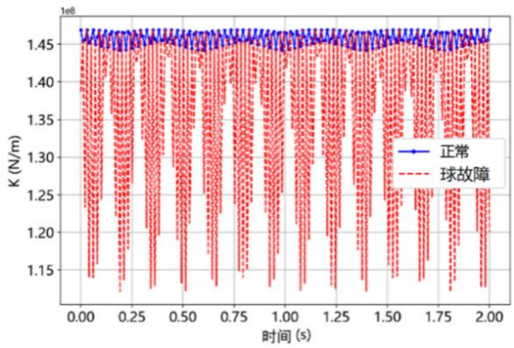

图3 滚动体故障轴承与健康轴承径向刚度对比

4 结论

本文对单列深沟球轴承的力学性能进行研究，建立了通用的单列深沟球轴承径向刚度随时间响应的计算模型和一个滚动体故障情况下的刚度模型，又综合考虑了径向外载荷、滚动体数目等因素对其径向刚度的影响。

通过对案例轴承的计算结果分析了滚动体故障对深沟球轴承径向刚度的影响规律，得出了具体的变化曲线。结果表明：滚动体故障会使轴承刚度减小并在时域上波动变大，影响轴承的稳定性。

参考文献

[1]Dougdag M,Ouali M,Boucherit H,et al.An experimental testing of a simplified model of a ball bearing: stiffness calculation and defect simulation[J].Meccanica,2012,47:335-354.

[2]El-Sayed H R.Stiffness of deep-groove ball bearings[J].Wear,1980,63(1):89-94.

[3]曹宏瑞,李亚敏,何正嘉,等.高速滚动轴承-转子系统时变轴承刚度及振动响应分析[J].机械工程学报,2014,50(15):73-81.

[4]杨家鹏,李柳湘,李正美,等.单列球面滚子轴承径向刚度计算方法[J].中国工程机械学报,2017,15(3):216-221.

[5]Sopanen J,Mikkola A.Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 2:Implementation and results[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers,Part K: Journal of Multi-body Dynamics,2003,217(3):213-223.

[6]Brewe D E,Hamrock B J.Simplified solution for elliptical-contact deformation between two elastic solids[J].1977.

作者简介：李浩东（1997.11—），男，汉族，安徽滁州，硕士研究生，研究方向：转子动力学仿真
逯代兴（1982.6—），男，汉族，黑龙江阿城人，博士，副教授，研究方向：高速转子-轴承系统非线性动力学分析